



SONDERPUBLIKATION

Nr. 001

Neue Bewertung der harmonischen Analyse im Vergleich zur Darstellung der Ungleichheiten am Beispiel der Deutschen Bucht

Patrick Goffinet

DHyG-Sonderpublikation
Nr. 001
Juni 2018

Herausgeber:
Deutsche Hydrographische Gesellschaft e. V. (DHyG)

© Dr. Patrick Goffinet, 2017

DOI: 10.23784/DHyG-SP_001



DHyG-SONDERPUBLIKATION

Nr. 001

Neue Bewertung der harmonischen Analyse im Vergleich zur Darstellung der Ungleichheiten am Beispiel der Deutschen Bucht

Patrick Goffinet

Inhaltsverzeichnis

Zusammenfassung	5
1 - Einleitung	7
1.1 - Harmonische und nonharmonische Verfahren	7
1.2 - Bisherige Bewertungen beider Methoden im Bereich der Deutschen Bucht	9
2 - Grundbegriffe der Astronomie hinsichtlich der Gezeitenanalyse	11
2.1 - Grundlagen der sphärischen Astronomie	11
2.2 - Fundamentale Argumente	16
3 - Gezeitenpotential	19
3.1 - Gezeitenerzeugende Kraft	19
3.2 - Potential	22
3.3 - Doodson-Klassifikation	26
4 - Nonharmonisches Verfahren, halbmonatliche Ungleichheit	29
4.1 - Analyse	29
4.2 - Synthese - Gezeitengrundwerte	31
5 - Darstellung der Ungleichheiten	37
5.1 - Analyse	37
5.2 - Vorausberechnung	40
5.3 - Berechnung der Ganglinie	42
6 - Harmonische Analyse	43
6.1 - Harmonische Darstellung des Wasserstands	43
6.2 - Rahmenbedingungen der Analyse und Datenverarbeitungsstrategie	45
7 - Erprobung des harmonischen Verfahrens im Bereich der Deutschen Bucht	51
7.1 - Datenverarbeitung	51
7.2 - Ergebnisse und Schlussfolgerung	56
Literaturverzeichnis	67
Anhang A - Nodale Korrekturen	69
A.1 - Allgemeines	69
A.2 - Ausgleichsrechnung	70
Anhang B - Ausgleichsrechnung	75
B.1 - Nonharmonisches Verfahren	75
B.2 - Darstellung der Ungleichheiten - Harmonische Analyse	76
B.3 - Kleinste Quadrate	78
Anhang C - Potentialkoeffizienten astronomischer Haupttiden	81

Inhaltsverzeichnis

Anhang D – Harmonische Glieder zur Darstellung der Ungleichheiten	83
Anhang E – Kombination der Hauptseichtwassertiden	85
Anhang F – Ergebnisse der Vergleichsanalyse	87
Anhang G – Partialtiden nach Bernard Simon	91

Zusammenfassung

Zur Gezeitenvorausberechnung in den deutschen Gewässern der Nordsee wurde Mitte des 20. Jahrhunderts das sogenannte Verfahren der Darstellung der Ungleichheiten eingeführt. Dieser im ehemaligen Deutschen Hydrographischen Institut (DHI) entwickelte nonharmonische Ansatz stellt trotz seiner Mängel und seiner Beschränkung auf die Bestimmung von einzelnen Punkten der Tidenkurve eine praktische Lösung dar, da er mit wenigen Parametern präzise Ergebnisse für die Berechnung der Hoch- und Niedrigwasser liefert. Die harmonische Methode, die die Vorausberechnung der gesamten Gezeitenkurve ermöglicht, benötigt im Gegenzug für das gleiche Resultat eine höhere Rechenleistung und die Verwendung zahlreicher Gezeitenkomponenten.

Aufgrund der im DHI und danach im Bundesamt für Seeschifffahrt und Hydrographie (BSH) unbefriedigenden Ergebnisse der bisher erprobten harmonischen Verfahren wird nachfolgend ein Verbesserungskonzept der harmonischen Analyse vorgelegt, das sich auf eine neuere Untersuchung des Gezeitenpotentials und eine neue Art der Datenverarbeitung stützt.

Nach einer Schilderung der Grundlagen zur Astronomie und zur Gezeitentheorie werden zunächst die nonharmonischen Prozeduren erläutert. Es folgen die Beschreibung der harmonischen Analyse und die Besonderheiten seiner Implementierung. Eine komparative Bewertung beider Vorausberechnungsmethoden am Beispiel der Datenauswertung verschiedener Pegelstationen der Deutschen Bucht dient als Schlussfolgerung und bestätigt die Zuverlässigkeit des neuen harmonischen Verfahrens.

Schlagwörter: harmonische Analyse,

Ungleichheit,

Darstellung der Ungleichheiten,

Gezeiten,

Gezeitenanalyse,

Gezeitenvorausberechnung,

Gezeitenpotential.

1 - Einleitung

1.1 – Harmonische und nonharmonische Verfahren

Die Gezeitenanalyse in ozeanischen Küstenbereichen wurde bereits Mitte des 20. Jahrhunderts ausführlich beschrieben (Schureman [1940], Doodson [1941], Proudman [1942]). Diese Publikationen folgten den vorangehenden Werken von Newton [1687], Bernoulli [1741], Laplace [1798], Lubbock [1831], Darwin [1907], u.a.

1687 schloss Newton seine Gleichgewichtstheorie der Gezeiten seinem allgemeinen Gravitationsgesetz an (*Philosophiae naturalis principia mathematica*), mit der Annahme, dass die Anziehungskräfte des Mondes, angesichts seiner Nähe zur Erde, und die der Sonne, wegen ihrer Masse, die einzigen Ursachen zur Erzeugung der Gezeiten sind. Der Einfluss der anderen Planeten ist unwesentlich. Das Niveau des Meeres wird hier als equipotentiale Fläche betrachtet, die ihren Gleichgewichtszustand gemäß der Position des anziehenden Gestirns stetig erreicht. Diese *statische Theorie* erwies sich jedoch als unvollständig angesichts der Trägheit der Wasserteilchen und der schnellen Bewegung der Gestirne. Sie konnte dennoch folgende Ereignisse erklären:

- die Gezeitenperiode von 12 Mondstunden (Mondzeit),
- die tägliche Ungleichheit,
- den Einfluss der Mondphasen.

Die *dynamische Theorie* der Gezeiten wurde 1798 von Laplace vorgelegt und danach als Grundlage aller nachträglichen Entwicklungen anerkannt. Sie ergänzte die Theorie von Newton und stellte die Antwort des Meeres auf die erzeugende Kraft des Gezeitenpotentials durch die beiden folgenden Grundsätze dar:

- *Prinzip der erzwungenen Schwingungen*: die Meeresteilchen, die einer streng periodischen Kraft unterliegen, unterziehen sich ebenso Schwingungen der gleichen Periode.
- *Überlagerungsprinzip*: die gesamte Schwingung des Meereswasserstandes – als Gezeiten betrachtet - ist die Summe aller Partialschwingungen kleinerer periodischer störender Kräfte, denen er unterliegt.

Die Anwendung dieser Grundsätze führte zum Laplaceschen Ansatz, bei dem angenommen wurde, dass der in einem Ort beobachtete Wasserstand aus dem Einfluss elementarer Schwingungen - oder Partialtiden - stammt, die aus verschiedenen Richtungen kommen und deren Geschwindigkeiten von der Wassertiefe abhängig sind. Durch die Überlagerung werden ihre Amplituden und ihre Phasen gegenüber ihren theoretischen Werten verändert. Wie alle Schwingungssysteme unterliegen die Partialwellen Reflexionen, Dämpfungen oder Verlustleistungen, die vom Ausbreitungsmedium und dessen Geometrie verursacht werden. Solche Bedingungen bedeuten, dass die Gezeiten vom Ort, d.h. von der Topographie und Tiefe des Meeresbodens abhängig sind. Die Laplacesche Formel stellt insbesondere drei unterschiedliche Glieder von Stammtiden heraus, die Niederfrequenztiden, deren Perioden eine Woche bis 18 Jahre zeigen, die eintägigen Tiden, die ca. einen Zyklus pro Montag aufweisen und die halbtägigen Tiden mit zwei Zyklen pro Montag. Zur Analyse von Hoch- und Niedrigwasserständen bei halbtägiger Gezeitenform lieferte diese Methode zufriedenstellende Ergebnisse für Brest (Frankreich). Dennoch zeigte sie sich beim Einfluss eintägiger Gezeitenform und Gezeiten mit stärkeren täglichen Ungleichheiten ungenauer.

Die entscheidenden Fortschritte bei der harmonischen Analyse begannen 1872 mit Lord Kelvin, dessen Gezeitenrechenmaschine die Höhen der Themse berechnete. Hier wurden nicht nur die Hoch- und Niedrigwasserhöhen ermittelt, sondern die gesamte Gezeitenkurve dargestellt.

Beim harmonischen Verfahren ergibt sich der Wasserstand aus einer harmonischen Summe periodischer Glieder oder Teiltiden, davon astronomische Haupttiden, die aus der Entwicklung des Gezeitenpotentials genommen werden, und deren Geschwindigkeiten praktisch als konstant angenommen werden können. Die Amplitude und die Phase jeder Teiltide sind ortsabhängig und werden durch harmonische Analyse von beobachteten Wasserständen bestimmt. Mit Hilfe einer früheren Mondtheorie legte Darwin [1907] eine erste Entwicklung des Gezeitenpotentials mit einer vorläufigen Klassifikation zur Bezeichnung der Haupttiden vor. Da sich seine Berechnung auf die von der Sonne gestörte Mondlaufbahn stützte, erwies sich das Verfahren als nicht ganz harmonisch. Aufgrund der langsamen Verlagerung der Mondbahn wurden Korrekturfaktoren oder sogenannte *nodale Korrekturen* eingeführt, um die langfristigen und zeitbedingten Variationen der harmonischen Komponenten in der Berechnung zu berücksichtigen. In der Praxis können diese Korrekturen innerhalb eines Jahres als Konstanten angesehen werden.

1921 legte Doodson eine neue Entwicklung des Gezeitenpotentials vor, basiert auf neuen, auf die Ekliptik bezogenen Elemente der Mondtheorie von Brown [1919]. Die Reihe ist rein harmonisch und enthält eine viel größere Anzahl von Teiltiden - oder Partialtiden - als die von Darwin. Er stellte eine numerische Anordnung aller harmonischen Komponenten vor, gestützt auf fundamentale astronomische Argumente, die heute immer noch gilt. Nach den oben genannten Untersuchungen des letzten Jahrhunderts wurde das Verfahren kürzlich weiter entwickelt (Simon [2005], [2007], [2013]): die Zahl der Partialtiden wurde erheblich erweitert, um außer den astronomischen Tiden eine maximale Anzahl von Teiltiden hervorzuheben, die aus den nichtlinearen Interaktionen in Flachwassergebieten herrühren. Eine alphabetische Klassifikation folgte der numerischen Einteilung von Doodson und dient als universale Grundlage zur Anwendung der harmonischen Methode, die heute praktisch als internationaler Standard zur Gezeitenanalyse gilt.

Das nonharmonische Verfahren wurde bereits im 13. Jahrhundert angewandt, als bei halbtätiger Gezeitenform örtliche Abhängigkeiten zwischen den Hochwasserzeiten und dem Alter des Mondes hervorgehoben wurden (*Britischer Codex Cottonianus*). 1833 wurden in Großbritannien Gezeitentafeln hergestellt, die nach dem Verfahren von Lubbock [1831] die Hochwasserzeiten von vier Häfen nach einer 19-jährigen Gezeitenanalyse von beobachteten Wasserständen zusammenfassten. Die Methode beruht auf der Untersuchung der Abweichungen (oder *Ungleichheiten*) der aufeinanderfolgenden Hoch- und Niedrigwasser, die periodische Schwankungen zeigen und von den astronomischen Bahnelementen des Mondes und der Sonne abhängen. Seit langem wurde beobachtet, dass diese Schwankungen, die in Zeit und Höhe erscheinen, in erster Annäherung mit den Mondphasen korreliert sind. Als wichtige Ungleichheit gilt die *halbmonatliche Ungleichheit*, deren Periode einen halben synodischen Monat beträgt und von der Zeit des Durchgangs des Mondes durch den Meridian abhängt. Da bei halbtätiger Gezeitenform jeder obere und untere Meridiandurchgang des Mondes (oder Mondtransit) ein Hoch- und Niedrigwasser verursacht, werden die Ungleichheiten in Zeit als Unterschiede der Hoch- bzw. Niedrigwasserzeiten mit den entsprechenden Zeiten der vorhergehenden Mondtransite betrachtet. Die Ungleichheiten in Höhe werden unmittelbar analysiert.

Weitere Ungleichheiten sind u. a. die *tägliche Ungleichheit*, die eine abwechselnde Erhöhung und Senkung der Hoch- und Niedrigwasserhöhen bewirkt; die *parallaktische Ungleichheit*, die die Periode eines anomalistischen Monats hat und von der Horizontalparallaxe des Mondes abhängt; die

Deklinationsungleichheit, die der Monddeklination untersteht, und deren Periode einen halben tropischen Monat beträgt.

Das entsprechende Vorausberechnungsverfahren, auch *Darstellung der Ungleichheiten* genannt, für das die Daten der Mondtransitzeiten erforderlich sind, stellt eine Bearbeitung der Ungleichheiten in Zeit und Höhe mit Hilfe von sogenannten *harmonischen Gliedern* nach Reihen dar, die Funktion der Transitnummerierung sind. Da jeder Vorausberechnungsprozess jeweils nur einen Punkt der Gezeitenkurve liefert, wurde wegen des Umfangs der Datenverarbeitung auf die Bestimmung der ganzen Kurve verzichtet. Zum Zweck der Seeschifffahrt wurden nur die Hoch- und Niedrigwasser berücksichtigt. Wegen seiner guten Ergebnisse für die deutschen Gewässer der Nordseeküste führte Horn [1960] das Verfahren im ehemaligen Deutschen Hydrographischen Institut (DHI) ein. Diese Methode wird noch heute zur Herstellung der amtlichen Gezeitentafeln des Bundesamtes für Seeschifffahrt und Hydrographie (BSH) verwendet.

1.2 – Bisherige Bewertungen beider Methoden im Bereich der Deutschen Bucht

Der Vorteil des nonharmonischen Verfahrens liegt insbesondere in seinen guten Ergebnissen in Flachwassergebieten und seiner einfachen Umsetzung. Mit Hilfe der Monddaten und wegen der rechnerischen Begrenzung auf die Bestimmung der Hoch- und Niedrigwasser, wird eine geringe Anzahl von harmonischen Gliedern erforderlich, um präzise Vorausberechnungen zu erhalten. In den seichten Gewässern der Deutschen Bucht treten neben den astronomischen Tiden auch von der Bodentopographie indizierte zahlreiche zusammengesetzte Teiltiden kürzerer Perioden oder Seichtwassertiden auf, die für die Anwendung der harmonischen Analyse berücksichtigt werden müssen, um ähnliche Ergebnisse zu liefern.

Parallel zur nonharmonischen Methode wurden im DHI harmonische Verfahren entwickelt. Ein entsprechender Formelansatz wurde von Pansch [1988] erarbeitet und für einige deutsche Pegelstationen der Nordsee geprüft: eine Bewertungsanalyse wurde von Pansch [1989] mit der Schlussfolgerung durchgeführt, dass sich die Ergebnisse der harmonischen Analyse gegenüber dem nonharmonischen Verfahren ungenau erwiesen. Die in Frage gestellte harmonische Methode basierte allerdings auf der Formulierung von Darwin mit der Nutzung der oben genannten nodalen Korrekturen, die die Möglichkeit bieten, die meist unbekanntesten Nebentiden einer Stammtide durch die Haupttide in der Analyse zu ersetzen. Diese Korrekturen wurden in den *Tafeln der astronomischen Argumente $V_0 + v$ und der Korrekturen j, v* des DHI [1967] für den Zeitraum 1900 – 1999 veröffentlicht. Sie beschränken sich auf 48 astronomische Tiden und 66 Seichtwassertiden, was insgesamt mit der Anzahl der ersetzten Nebentiden einem theoretischen Betrag von 241 Partialtiden entspricht. Das Ergebnis dieser Bewertung bedeutet folglich, dass dieser Betrag nicht ausreicht, um die komplizierte Verbreitung der Gezeiten in den Flachwasserbereichen der Deutschen Bucht richtig darzustellen. In jedem Fall kann dieses Verfahren nicht mit den rein harmonischen Prozessen verglichen werden, deren letzte Entwicklungen eine viel größere Anzahl von Partialtiden berücksichtigen (Simon [2005], [2013]).

Mängel an der Darstellung der Ungleichheiten bleiben, außer der nötigen Bereitstellung der Mondtransitdaten, ihre exklusive Beschränkung auf Gewässer halbtägiger Gezeitenform mit kleiner täglicher Ungleichheit (Horn [1948]), sowie die Vorausberechnung von Einzelpunkten der Tidenkurve. Der Vorteil des harmonischen Verfahrens liegt darin, dass es sich zur Analyse aller Gezeitenformen eignet und die Ermittlung der ganzen Gezeitenkurve nach beliebigem Takt ermöglicht.

Die Nutzung zahlreicher Partialtiden bei der Durchführung der harmonischen Analyse erfordert einen entsprechenden Rechenaufwand, was sicherlich ein Hindernis für die Rechner der früheren Generationen und in dieser Zeit auch ein weiteres Argument für die Verwendung im DHI des nonharmonischen Verfahrens bedeutete. Dieses Problem kann jedoch mit den Möglichkeiten der aktuellen Computertechnik und einer angepassten Implementierungsstrategie ohne Schwierigkeit überwunden werden.

Dies definiert die Grundlagen der folgenden Untersuchung, die eine neuartige Umsetzung der Prozeduren zur harmonischen Analyse und deren Datenverarbeitung vorlegt. Dazu wird eine umfangreiche und neudefinierte Liste von Partialtiden nach Simon [2005] verwendet. Das Verfahren wird am Beispiel eines Prüfstands durch die Auswertung von Pegeldaten im Bereich der Deutschen Bucht bewertet und den Ergebnissen der Darstellung der Ungleichheiten gegenübergestellt. Um die Eigenarten beider Methoden hervorzuheben, werden zunächst die Grundlagen der Astronomie und der Gezeitentheorie geschildert; es folgt dann vor der Einführung des harmonischen Prozesses die Beschreibung der Schreibweisen, die seit 1960 als wichtige Ansätze im DHI und danach im BSH zur Gezeitenpotentialentwicklung sowie zur Durchführung der nonharmonischen Prozeduren verwendet werden (Kunze [1968], [1989]).

2 – Grundbegriffe der Astronomie hinsichtlich der Gezeitenanalyse

2.1 – Grundlagen der sphärischen Astronomie

a) Himmelskugel

Zu den grundlegenden Größen der sphärischen Astronomie, die bei der Gezeitenanalyse zu beachten sind, wird die Erde im Gegensatz zur ellipsoiden Form ihrer mathematisch-geodätischen Darstellung in erster Annäherung durch eine sogenannte Himmelskugel beliebigen Radius betrachtet, auf die alle Richtungen der Gestirne projiziert werden. Im Folgenden wird angenommen, dass der Radius der Einheit gleicht. In Abb. 2.1 wird die Erde durch eine Kugel vom Zentrum E mit deren Himmelpolen PP' dargestellt. Der Himmelsäquator oder Äquator unterscheidet sich von der Ekliptik, die den scheinbaren Lauf der Sonne um die Erde darstellt, durch den Winkel ϵ oder *Schiefe der Ekliptik* ($23^\circ 26',4$). In ähnlicher Weise wie bei den Erdpolen P und P' werden die Pole der Ekliptik Π und Π' benannt.

Der *Frühlingspunkt* γ ist der Schnittpunkt des Himmelsäquators mit der Ekliptik, an dem die Sonne den Himmelsäquator von Süden nach Norden überquert. Der gegenüberliegende Schnittpunkt des Himmelsäquators mit der Ekliptik ist der *Herbstpunkt*. Die Zeitpunkte, an denen die Sonne auf der Ekliptik den Frühlingspunkt und den Herbstpunkt erreicht, heißen *Äquinoktien*. Hier dauern der lichte Tag und die Nacht gleich lange. Die vom Frühlings- und Herbstpunkt auf der Ekliptik gebildeten Querschnittpunkte heißen *Sommer-* und *Winterpunkte*. Im Vergleich zu den Äquinoktien werden die entsprechenden Zeitpunkte *Sonnenwende* benannt. Auf der Nordkugel bei *Sommersonnenwende* erreicht der lichte Tag ein Maximum, bzw. ein Minimum zur Zeit der *Wintersonnenwende*. Auf der Südhalbkugel sind die Verhältnisse umgekehrt.

Da die Erde nicht streng kugelförmig ist, sondern einer Abplattung ($1/298$) ihrer Polenbereiche unterliegt, bewirken die Gravitationskräfte des Mondes und der Sonne auf der Erde Drehmomente, die zur Präzession der Erdachse führt. Diese Präzession (auch *Lunisolare Präzession* genannt) verursacht einen langsamen Umlauf der Erdachse gegenüber der Polachse $\Pi \Pi'$ der Ekliptik im Uhrzeigersinn, mit einer Periode von 25780 Jahren. Der Äquator unterliegt folglich der Präzession und der Frühlings- sowie der Herbstpunkt beschreiben auf dem Äquator einen Umlauf derselben Periode, d.h. ca. $50''$ pro Jahr.

Der Mond weist ebenfalls gegenüber der Ekliptik eine Präzessionsbewegung auf. In ähnlicher Weise wie der Frühlingspunkt entspricht der *aufsteigende Mondbahnknoten* N dem Schnittpunkt der Mondbahn mit der Ekliptik, bei dem der Mond die Ekliptik von Süden nach Norden überquert. Dieser Punkt beschreibt auf der Ekliptik einen Umlauf im Uhrzeigersinn mit einer Periode von ca. 18,6 Jahren.

Da die Drehmomente des Mondes und der Sonne entsprechend ihrer Bahnbewegungen periodische Änderungen zeigen, verursachen sie neben der Präzession auch eine *Nutation* der Erdachse. Sie ändert sich mit einer Amplitude von ca. $9''$ rechtwinklig und $7''$ parallel zur Ekliptik.

b) Perioden

Als jährliche Perioden werden folgende Begriffe aufgeführt:

Das *tropische Jahr*, das dem Zeitraum zwischen zwei Durchgängen der Sonne durch den Frühlingspunkt entspricht: die Periode beträgt 365,242 Tage.

Das *siderische Jahr* oder *Sternenjahr* ist die Zeitspanne zwischen zwei Durchgängen der Sonne durch einen sehr weit entfernten Stern, der wegen seiner Entfernung keine von der Erde wahrnehmbare Eigenbewegung aufweisen kann. Aufgrund der äquinoktialen Präzession ist das siderische Jahr länger als das tropische Jahr und entspricht 365,256 Tagen.

Das *anomalistische Jahr* ist die Zeitspanne zwischen zwei Durchgängen der Sonne durch ihr Perihel und beträgt 365,260 Tage. Aufgrund der Apsidendrehung ist diese Periode ca. fast 5 Minuten länger als das siderische Jahr.

Als monatliche Perioden der Mondbahnbewegung gelten u.a.:

Der *tropische Monat*, der Zeitraum zwischen zwei aufeinanderfolgenden Durchgängen des Mondes durch den Frühlingspunkt.

Der *drakonitische Monat*, die Zeitspanne für eine Rückkehr zum selben Mondbahnknoten.

Der *synodische Monat*, der Zeitraum zur Rückkehr des Mondes zur selben Mondphase. Bei halbtätiger Gezeitenform entspricht der synodische Monat zwei Perioden der halbmonatlichen Ungleichheiten.

Der *anomalistische Monat*, der Zeitraum zur Rückkehr des Mondes zur selben Apside.

c) Sphärische Koordinatensysteme

Um die Richtungen der Gestirne auf der Himmelskugel festzulegen, werden sphärische Koordinatensysteme verwendet, auf denen die Gesetze der sphärischen Trigonometrie angewandt werden. Hier wird ein Beobachter Q sowie ein Gestirn A betrachtet, dessen Projektion auf die Himmelskugel den Punkt A' definiert.

Man unterscheidet zwei Arten sphärischer Koordinatensysteme. Die relativen - oder lokalen - Koordinatensysteme, die an den Beobachter Q auf der Erdoberfläche gebunden sind, und die absoluten Koordinatensysteme, deren Ursprünge vom Beobachter und von der eigenen Rotation der Erde unabhängig sind.

Als relative Koordinatensysteme werden folgende Systeme berücksichtigt:

Das *lokale Horizontsystem* mit dem Horizont als Bezugsebene und dem *Zenit* z bzw. Nadir als vertikale Ursprungsrichtung. Der Winkel vom Horizont zum Himmelskörper A ist die *Höhe* h . Das *Azimut* a_z ist der Winkel zwischen der Meridianebene des Beobachters Q und der Vertikalebene von A , d.h. dem Plan $AA'Q$, wo der Bogen $A'Q$ Teil eines Großkreises der Himmelskugel ist. Das Azimut wird hier von Norden über Osten (Nordazimut), also im Uhrzeigersinn definiert.

Das *lokale äquatoriale Koordinatensystem* hat den Äquator als Bezugsebene und die Himmelspolenachse PP' als Ursprungsrichtung. Der *Deklinationwinkel* δ wird vom Äquator bis zur Himmelskörperichtung EA' von 0 bis 90° gemessen, positiv nach Norden, negativ nach Süden. Der *Stundenwinkel* T ist der Winkel zwischen dem lokalen Meridian von Q und dem Meridian des Himmelskörpers A , im Uhrzeigersinn von 0 bis 360° gezählt.

Das *geographische Koordinatensystem* ortet auf der Erdoberfläche die Position des Beobachters Q durch die *geographische Breite* L , Winkel im Ortsmeridian von der Äquatorebene bis zur Richtung EQ , positiv nach Norden, negativ nach Süden ($0, \pm 90^\circ$), und die *geographische Länge*

G , Winkel zwischen dem Bezugsmeridian von Greenwich und dem lokalen Meridian von Q , positiv nach Osten, negativ nach Westen ($0, \pm 180^\circ$).

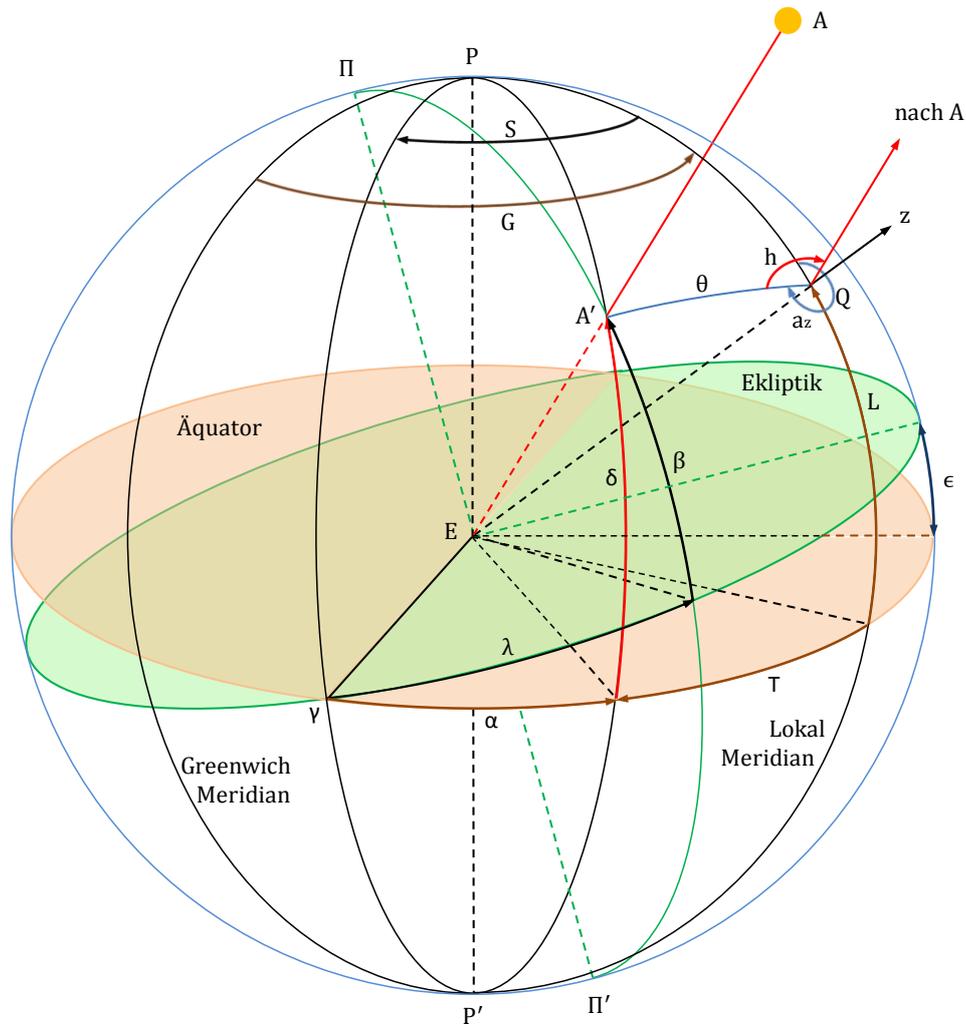


Abb. 2.1 - Himmelskugel

Als absolute Koordinatensysteme gelten hier:

Das äquatoriale Koordinatensystem, das dieselben Ursprungselemente wie die des obengenannten lokalen äquatorialen Systems hat. Hier wird zusätzlich der Frühlingspunkt γ eingeführt. Die Richtung $E\gamma$ ist unabhängig von der Eigendrehung der Erde um die Achse PP' . Ihr Meridian ist der Ursprung zur Messung gegen Uhrzeigersinn von 0 bis 360° der *Rektaszension* α des Himmelskörpers A . Als andere Koordinate gilt der oben definierte *Deklinationwinkel* δ .

Das ekliptische Koordinatensystem: Bezugsebene ist die Ekliptik mit dem Frühlingspunkt als Bezug zur Messung der *ekliptikalen Länge* λ , Winkel zwischen der Richtung $E\gamma$ und der Projektion auf die Ekliptikebene der Richtung EA' des Gestirns A innerhalb des ekliptischen Meridians, d.h. des Meridians $\Pi A' \Pi'$. Die ekliptikale Länge wird in ähnlicher Weise wie die

Rektaszension gegen Uhrzeigersinn gezählt. Im selben Meridian wird die *ekliptische Breite* β als Winkel von der Ekliptik zur Gestirnsrichtung EA' gemessen ($0, \pm 90^\circ$).

Als weitere Größe wird die *geozentrische Zenitdistanz* θ des Himmelskörpers als Winkel zwischen Q und A' auf einem Großkreis der Himmelskugel definiert. Sie dient als wichtiger Parameter zur Entwicklung der gezeitenerzeugenden Kraft und des Gezeitenpotentials.

d) Zeitskalen

Unter Berücksichtigung der Bahnbewegung der Erde um die Sonne innerhalb eines tropischen Jahres beruht der Ursprung zur Bestimmung der bürgerlichen Zeit auf dem Stundenwinkel der Sonne, der die *wahre Sonnenzeit* definiert. Da die Kreisbahn der Erde nicht heliozentrisch sondern elliptisch ist und den Keplerschen Gesetzen folgt, zeigt die wahre Sonnenzeit periodische Variationen und ist folglich keine gleichmäßig vergehende Zeit. Der *Sonnentag*, die Zeitspanne zwischen zwei aufeinanderfolgenden Durchgängen der Sonne durch denselben Meridian, ist ebenfalls nicht gleichförmig und wird als *wahrer Sonnentag* bezeichnet. Die *mittlere Sonnenzeit* ergibt sich aus einer fiktiven gleichförmigen Bewegung der Sonne um den Himmelsäquator, d.h. aus einem Stundenwinkel der Sonne, der von den obengenannten Variationen befreit wird. Daher leitet sich der *mittlere Sonnentag* ab, der 24 Stunden lang ist. Der Unterschied zwischen wahrer und mittlerer Sonnenzeit wird von der *Zeitgleichung* gebildet (Abb. 2.2). Sie schwankt um ca. ± 15 Minuten innerhalb eines tropischen Jahres.

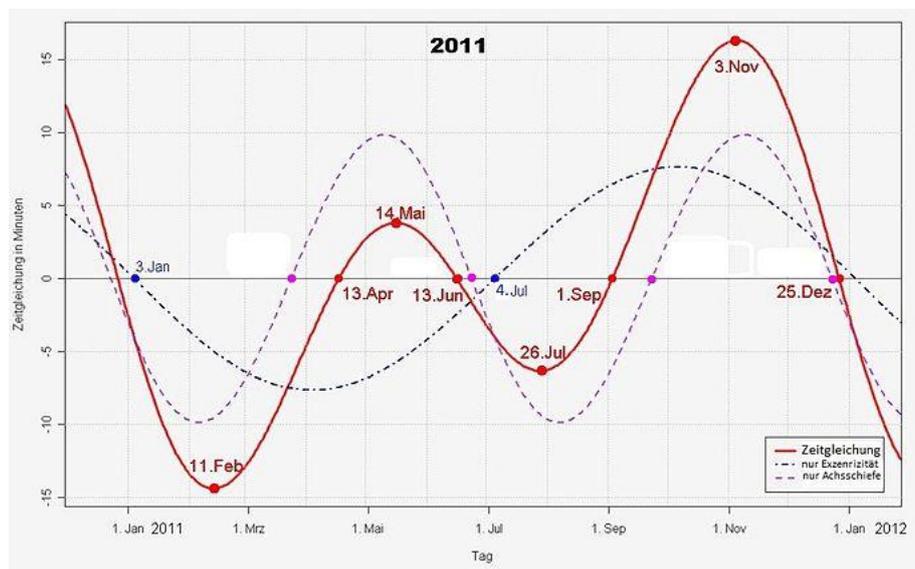


Abb. 2.2 – Zeitgleichung: Wahre Ortszeit – Mittlere Ortszeit (Jahr 2011 - Quelle: Wikipedia)

Bis heute ist die gesetzliche Zeit weltweit durch die koordinierte Weltzeit (UTC) vereinheitlicht, mit der Einführung von Zeitzonen ($UTC \pm 1 \dots 12$ Stunden), die von der UTC-Zeit am Greenwich-Nullmeridian ausgehen.

Die *Sternzeit* S wird als Stundenwinkel des Frühlingspunkts im relativen Koordinatensystem definiert. In der Abb. 2.1 wird sie durch den Winkel vom Ortsmeridian von Q zum Meridian des Frühlingspunkts γ dargestellt. Sie verbindet Rektaszension α und Stundenwinkel T durch die Gleichung

$$[2.1] \quad T = S - \alpha$$

Wenn $T = 0$, d.h. wenn das Gestirn am Ortsmeridian kulminiert, ist die Sternzeit die Rektaszension des Gestirns.

Der *Sterntag* ist die Zeitspanne einer scheinbaren Umdrehung des Frühlingspunkts um die Erde und ist unmittelbar verbunden mit der Eigenrotation der Erde. Durch die regelmäßige Winkelgeschwindigkeit der Sternzeit kann der Sterntag als gleichförmig betrachtet werden. Im Vergleich zum mittleren Sonnentag, der auf der Kreisbahn der Erde um die Sonne beruht, beträgt der Sterntag 23,9345 Stunden und ist vier Minuten kürzer.

Der *mittlere Mondtag* ist die Zeitspanne zwischen zwei aufeinanderfolgenden Durchgängen des mittleren Mondes durch denselben Meridian und beträgt 24,8412 Stunden. Ähnlich wie der Sonnentag unterscheidet sich der gleichförmige mittlere Mondtag vom veränderlichen *wahren Mondtag*, der wegen der ellipsenförmigen Kreisbahn des Mondes um die Erde und dem Einfluss der Sonne zeitliche Ungleichförmigkeiten aufweist.

Als kontinuierliche Zeitzählung wird in der Astronomie das *julianische Datum* (JD) verwendet. Es wurde 1583 eingeführt und darf nicht mit dem Datum des julianischen Kalenders verwechselt werden. Die Zeit wird in dezimalen Tagen von je 86400 Sekunden gleichförmig gezählt, die seit dem 1. Januar 4713 v. Chr. 12:00 Uhr vergangen sind.

e) Transformation astronomischer Koordinaten

Mit Berücksichtigung des sphärischen Dreiecks PQA' wird die geozentrische Zenitdistanz θ durch ihren Kosinus mit

$$\cos \theta = \overrightarrow{EQ} * \overrightarrow{EA'}$$

angegeben. Mit Einführung der Breite L und der Koordinaten (T, δ) des lokalen äquatorialen Systems wird

$$[2.2] \quad \cos \theta = \sin L \sin \delta + \cos L \cos \delta \cos T$$

Als Funktion der ekliptischen Koordinaten (λ, β) gilt

$$\cos \theta = \sin L \ g(\lambda, \beta) + \cos L \ h(\lambda, \beta, T)$$

mit

$$\sin \delta = g(\lambda, \beta)$$

$$\cos \delta \cos T = h(\lambda, \beta, T)$$

$$g(\lambda, \beta) = \cos \epsilon \sin \beta + \sin \epsilon \cos \beta \sin \lambda$$

$$h(\lambda, \beta, T) = \cos \beta \cos \lambda \cos(\alpha + T) + \sin(\alpha + T) (\cos \epsilon \cos \beta \sin \lambda - \sin \epsilon \sin \beta)$$

Dadurch, wie oben erwähnt, kann $\cos \theta$ (als Glied der Potentialentwicklung) als Funktion der ekliptischen Koordinaten und des Stundenwinkels des betroffenen Gestirns entwickelt werden.

Die Relationen zwischen äquatorialen und ekliptischen Koordinatensystemen lauten:

$$\cos \lambda \cos \beta = \cos \alpha \cos \delta$$

$$\sin \lambda \cos \beta = \cos \epsilon \sin \alpha \cos \delta + \sin \epsilon \sin \delta$$

$$\sin \beta = -\sin \epsilon \sin \alpha \cos \delta + \cos \epsilon \sin \delta$$

$$\cos \alpha \cos \delta = \cos \lambda \cos \beta$$

$$\sin \alpha \cos \delta = \cos \epsilon \sin \lambda \cos \beta - \sin \epsilon \sin \beta$$

$$\sin \delta = \sin \epsilon \sin \lambda \cos \beta + \cos \epsilon \sin \beta$$

Sowie zwischen lokalen äquatorialen und horizontalen Koordinatensystemen:

$$\sin T \cos \delta = \sin a_z \cos h$$

$$\cos T \cos \delta = \sin L \cos a_z \cos h + \cos L \sin h$$

$$\sin \delta = -\cos L \cos a_z \cos h + \sin L \sin h$$

$$\sin a_z \cos h = \sin T \cos \delta$$

$$\cos a_z \cos h = \sin L \cos T \cos \delta - \cos L \sin \delta$$

$$\sin h = \cos L \cos T \cos \delta + \sin L \sin \delta$$

2.2 - Fundamentale Argumente

Zur Analyse der Bewegung eines Dreikörpersystems in der Astronomie - hier Sonne, Mond und Erde - können auf der Himmelskugel fünf unabhängige fundamentale Größen verwendet werden. Die nachfolgenden fundamentalen Argumente, die den Mond und die Sonne betreffen, werden in der Ekliptikebene vom Frühlingspunkt bestimmt. Aufgrund der elliptischen Umlaufbahnen des Mondes und der Erde um die Sonne weisen ihre Geschwindigkeiten periodische Schwankungen auf. Es werden stattdessen für die Berechnungen die mittleren Längen der Argumente berücksichtigt, die sich auf einen fiktiven Körper in einem kreisförmigen Orbit beziehen und eine gleichförmige Geschwindigkeit besitzen:

s	mittlere Länge des Mondes
h	mittlere Länge der Sonne
p	mittlere Länge des Mondbahnperigäums
$N = -N'$	mittlere Länge des aufsteigenden Mondbahnknotens
q	mittlere Länge des Sonnenbahnperigäums

Die Argumente werden als Reihenentwicklung in der Form

$$[2.3] \quad A = A_0 + \alpha_1 T + \alpha_2 T^2 + \alpha_3 T^3 + \alpha_4 T^4 + \dots$$

geschrieben, wo T die mittlere Zeit in Julianischen Jahrhunderten und seit dem 01.01.2000 12:00:00 (gesetzliche Zeit - UTC) berechnet wird.

Die entsprechenden Koeffizienten befinden sich in der Tab. 2.1, die die Argumente der Lunisolar-Nutation der 2010 IERS Conventions - Technical Note 36 - wiedergibt.

Argument	A_0	α_1	α_2	α_3	α_4
$s - p$	134.96340251°	1717915923.2178"	+31.8792"	+0.051635"	- 0.00024470"
$h - q$	357.52910918°	129596581.0481"	-00.5532"	+0.000136"	- 0.00001149"
$s - N$	93.27209062°	1739527262.8478"	-12.7512"	-0.001037"	+0.00000417"
$s - h$	297.85019547°	1602961601.2090"	-06.3706"	+0.006593"	- 0.00003169"
N	125.04455501°	- 6962890.5431"	+07.4722"	+0.007702"	- 0.00005939"

Tab. 2.1 - IERS Conventions (2010) - Technical Note No. 36 - Fundamental arguments of nutation theory.

Hinsichtlich der Gezeiten muss ein weiteres fundamentales Argument eingeführt werden, das mit der Erdrotation verbunden ist: die *mittlere Mondzeit*. Sie entspricht dem Stundenwinkel des mittleren Mondes τ :

$$[2.4] \quad \tau = 15 t + h - s$$

wo t die Zeit in Stunden und τ in Grad angegeben sind.

Nach Formel [2.3] ergeben sich die Winkelgeschwindigkeiten der fünf obengenannten Größen in der allgemeinen Form:

$$[2.5] \quad \omega_A = \frac{dA}{dT} = \alpha_1 + 2\alpha_2 T + 3\alpha_3 T^2 + 4\alpha_4 T^3 + \dots$$

Tab. 2.2 fasst die Geschwindigkeiten und Perioden der fundamentalen Argumente sowie deren Kombinationswinkel zusammen, die bei der Gezeitenanalyse verwendet werden. Insbesondere beträgt die Geschwindigkeit der synodischen Schwankung, die zwei Perioden der halbmonatlichen Ungleichheiten entspricht

$$\omega_{SM} = \dot{s} - \dot{h}$$

und für die halbmonatlichen Ungleichheiten

$$\omega_{HU} = 2(\dot{s} - \dot{h})$$

2 – Grundbegriffe der Astronomie hinsichtlich der Gezeitenanalyse

$\dot{\iota}$	14,4920521202 °/St.	24,8412 St.	Mondtag	Mondzeitperiode
$\dot{s} - \dot{N}$	0,5512229266 °/St.	27,2122 Tage	Drakonitischer Monat	Rückkehr des Mondes zu demselben Bahnknoten
\dot{s}	0,5490165197 °/St.	27,3216 Tage	Tropischer Monat	Rückkehr des Mondes zum Frühlingspunkt
$\dot{s} - \dot{p}$	0,5443747063 °/St.	27,5545 Tage	Anomalistischer Monat	Rückkehr des Mondes zu derselben Apside
$\dot{s} - \dot{h}$	0,5079478798 °/St.	29,5306 Tage	Synodischer Monat	Zeitspanne zwischen zwei gleichen Mondphasen
\dot{h}	0,0410686399 °/St.	365,2422 Tage	Tropisches Jahr	Zeitspanne zwischen 2 Durchgängen der Sonne durch den Frühlingspunkt
$\dot{h} - \dot{q}$	0,0410666784 °/St.	365,2596 Tage	Anomalistisches Jahr	Zeitspanne zwischen 2 Durchgängen der Erde durch ihr Perihel
\dot{p}	0,0046418134 °/St.	8,847 Jahre		Umlaufzeit des Mondbahnperigäums um die Ekliptik
\dot{N}	- 0,0022064069 °/St.	18,61 Jahre		Umlaufzeit des Mondbahnknotens um die Ekliptik
\dot{q}	0,0000019615 °/St.	20937,3 Jahre		Umlaufzeit des Sonnenbahnperigäums um die Ekliptik

Tab. 2.2 - Winkelgeschwindigkeiten und Perioden der fundamentalen Argumente
(Berechnung: 01.01.2000 12:00 UTC).

3 - Gezeitenpotential

3.1 - Gezeitenerzeugende Kraft

Die Gezeiten besitzen ihren Ursprung hauptsächlich in den gemeinsamen Gravitationsauswirkungen des Mondes und der Sonne auf die Erde. Die Vorherrschaft dieser beiden Gestirne entsteht für den Mond aus seiner Nähe zur Erde und für die Sonne aus ihrer gewaltigen Masse, trotz ihrer Entfernung zur Erde. Der Einfluss der anderen Planeten ist aufgrund ihrer Verhältnisse der Masse bzw. Entfernung zur Erde unwesentlich. Um die Wirkung des Mondes und der Sonne zu beschreiben, wird zuerst ein Zweikörpersystem am Beispiel des Mond-Erde Systems berücksichtigt. Ähnliches gilt für das Sonne-Erde System. Nachfolgend werden die Erde (Schwerpunkt E) und der Mond (Masse M_M , Schwerpunkt M) sowie ein auf der Erdoberfläche befindlicher Elementarkörper P (Einheitsmasse) betrachtet (Abb. 3.1). Die Kräfte, die auf P einwirken, sind (C ist die Gravitationskonstante):

- die Anziehungskraft der Erde,
- die Fliehkraft der Eigenrotation der Erde,
- die Anziehungskraft des Mondes:

$$[3.1] \quad |\vec{A}_M| = \frac{CM_M}{s^2}$$

- die Fliehkraft der Rotation um den Schwerpunkt des Zweikörpersystems in Gegenrichtung der Gravitationskraft des Mondes zur Erde, die in E eintritt:

$$[3.2] \quad |-\vec{F}_M| = \frac{CM_M}{r^2}$$

Die beiden ersten Vektoren entstehen aus dem Einfluss der Erde und sind konstante Größen. \vec{A}_M und \vec{F}_M werden vom Mond verursacht. Sie sind variabel und hängen von den Größen s und r ab, die die Entfernung von P zu M , bzw. von E zu M bedeuten. Ihre vektorielle Summe

$$[3.3] \quad \vec{K}_M = \vec{A}_M - \vec{F}_M$$

wird als *gezeitenerzeugende Kraft* bezeichnet.

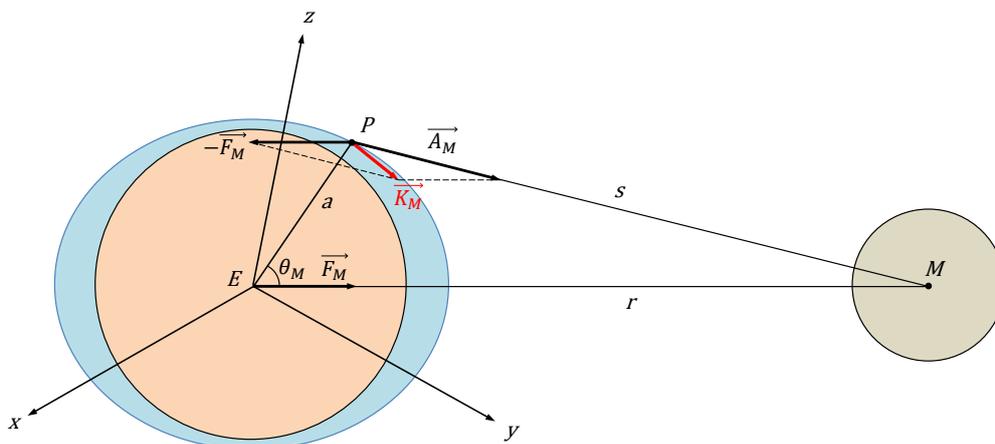


Abb. 3.1 - Gezeitenerzeugende Kraft

Nach der Definition der gezeitenerzeugenden Kraft wird nachfolgend ihr Betrag ermittelt. Dies kann mit Hilfe eines geometrischen Ansatzes (Proctor-Regel, Abb. 3.2) mit der Berücksichtigung des Dreiecks PEM erfolgen. θ_M ist die geozentrische Zenitdistanz von M , \vec{u} und \vec{v} sind die Einheitsvektoren der Richtungen \overrightarrow{EM} bzw. \overrightarrow{PM} .

Es wird zuerst der Punkt P_1 auf EM bestimmt, mit

$$MP_1 = MP$$

Dann wird P_2 auf PM definiert, sodass P_1P_2 und EP parallel sind. Das Verfahren wiederholt sich bis zur Bestimmung des Punktes P_5 .

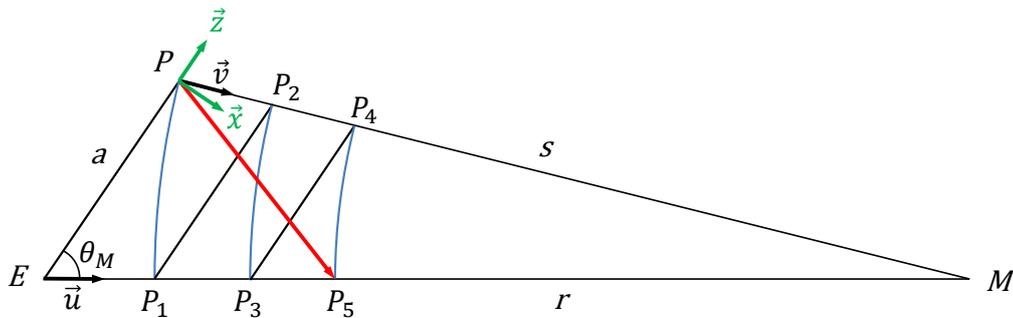


Abb. 3.2 - Proctor-Regel

Hier wird

$$\overrightarrow{PP_5} = \overrightarrow{PM} - \overrightarrow{P_5M}$$

Mit Berücksichtigung der Dreiecke MPE , MP_2P_1 , MP_4P_3 gilt:

$$\overrightarrow{PM} = s \vec{v}$$

$$\overrightarrow{P_5M} = \frac{s^3}{r^2} \vec{u}$$

und

$$\overrightarrow{PP_5} = s^3 \left[\frac{\vec{v}}{s^2} - \frac{\vec{u}}{r^2} \right]$$

Nach den Formeln [3.1], [3.2], [3.3] gilt

$$[3.4] \quad \overrightarrow{K_M} = CM_M \left[\frac{\vec{v}}{s^2} - \frac{\vec{u}}{r^2} \right] = \frac{CM_M}{s^3} \overrightarrow{PP_5}$$

D.h., dass $\overrightarrow{K_M}$ und $\overrightarrow{PP_5}$ proportional sind und dieselbe Richtung haben. Es wird dann angenommen, dass der Mond hinlänglich von der Erde entfernt ist, damit in erster Annäherung der Erdradius a im Vergleich zur Entfernung Mond-Erde r vernachlässigbar sein kann. Dies hat zur Folge, dass PM und EM als parallele Gerade betrachtet werden können, mit $s \approx r$. Diese Annäherung kann ebenfalls für die Sonne ihre Gültigkeit behalten.

Dann wird

$$EP_1 = P_1P_3 = P_3P_5$$

In einem Rechtssystem mit EM als x-Achse lauten die Koordinaten von $\overrightarrow{PP_5}$ mit ($a = PE$):

$$\overrightarrow{PP_5} = \begin{bmatrix} 2a \cos\theta_M \\ -a \sin\theta_M \end{bmatrix}$$

Der Betrag von $\overrightarrow{PP_5}$ wird dann

$$|\overrightarrow{PP_5}| = a\sqrt{1 + 3 \cos^2\theta_M}$$

Und nach [3.4]:

$$|\overrightarrow{K_M}| = \frac{CM_M}{s^3} a\sqrt{1 + 3 \cos^2\theta_M} \approx \frac{CM_M}{r^3} a\sqrt{1 + 3 \cos^2\theta_M}$$

Mit Einführung der Erdgravitationsbeschleunigung g und der Erdmasse M_E

$$g = C \frac{M_E}{a^2}$$

wird in erster Annäherung:

$$[3.5] \quad |\overrightarrow{K_M}| \approx g \frac{M_M}{M_E} \left(\frac{a}{r}\right)^3 \sqrt{1 + 3 \cos^2\theta_M} = \alpha_M \sqrt{1 + 3 \cos^2\theta_M}$$

In einem am P zentrierten Rechtssystem von Einheitsvektoren \vec{x}, \vec{z} (z vertikal, Richtung Zenit, x horizontal und senkrecht zu z) werden die Komponenten von $\overrightarrow{K_M}$:

$$[3.6] \quad \overrightarrow{KM} = \alpha_M \begin{bmatrix} \frac{3}{2} \sin 2\theta_M \\ 3 (\cos^2\theta_M - 1) \end{bmatrix} = \alpha_M \begin{bmatrix} X \\ Z \end{bmatrix}$$

Die folgende Tabelle fasst die Variationen von X , Z und $F = \sqrt{1 + 3 \cos^2\theta_M}$ für verschiedene Werte vom θ_M zusammen.

θ_M	0	$\pi/4$	$\pi/2$	$3\pi/4$	π
$dZ/d\theta_M$	0	-	0	+	0
Z	2		-1		2
$dX/d\theta_M$	+	0	-	0	+
X	0	$3/2$	0	$-3/2$	0
$dF/d\theta_M$	0	-	0	+	0
F	2	+	1	+	2

Tab. 3.1 – Variation der vertikalen bzw. horizontalen Komponenten und des Betrags der gezeitenerzeugenden Kraft.

Die Tab. 3.1 zeigt, dass F bzw. der Betrag der gezeitenerzeugenden Kraft des Mondes nie den Nullwert erreicht und sich verdoppeln kann.

Die gezeitenerzeugende Kraft der Sonne ergibt sich in ähnlicher Weise. Angesichts des gesamten Einflusses beider Gestirne erreicht das Verhältnis Mond-Sonne α_M/α_S (α_S für die Sonne) einen Wert von 2,18. Dies bedeutet, dass die Wirkung des Mondes 2,18 höher ist, als die der Sonne. Im Vergleich zur Erdbeschleunigung g ist der gesamte lunisolare Betrag sehr gering ($\leq 10^{-7} g$). Dies bedeutet, dass die vertikale Komponente von \overrightarrow{KM} , die am Punkt P auf die vertikale elementare Wassersäule wirkt, praktisch keinen Einfluss auf die Gezeiten hat. Im Gegensatz stellt die horizontale Komponente trotz ihres sehr geringen Anteils die Hauptursache der gesamten Bewegung der Wassermassen - d.h. der Gezeiten - dar.

3.2 - Potential

Zur Bestimmung des Gezeitenpotentials, von welchem sich \overrightarrow{KM} ableitet, wird ein in E zentriertes terrestrisches Rechtssystem (x, y, z) eingeführt (Abb. 3.1). In diesem System sind m_1, m_2, m_3 die Komponenten eines Einheitsvektors der Richtung EM . Die Komponenten der Anziehungskraft $\overrightarrow{F_M}$, die vom Mond auf eine Masseneinheit in E ausgeübt wird, sind nach der Formel [3.2]:

$$\overrightarrow{F_M} = \frac{CM_M}{r^2} \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{bmatrix}$$

In $P(x, y, z)$ wirkt diese Kraft in umgekehrter Richtung und leitet sich vom folgenden Potential V_1 ab:

$$V_1 = -\frac{CM_M}{r^2} (m_1x + m_2y + m_3z)$$

Wenn p_1, p_2, p_3 , die Komponenten eines Einheitsvektors in Richtung EP sind, gilt:

$$x = a p_1 \quad y = a p_2 \quad z = a p_3$$

und

$$V_1 = -\frac{CM_M}{r^2} a \cos\theta_M$$

wo θ_M die in P die geozentrische Zenitdistanz des Mondes ist. In ähnlicher Weise leitet sich die Kraft $\overrightarrow{A_M}$ vom Potential V_2 ab:

$$V_2 = \frac{CM_M}{s}$$

Somit ist das in P vom Mond verursachte gesamte Potential V_M :

$$[3.7] \quad V_M = V_1 + V_2 = CM_M \left[\frac{1}{s} - \frac{a}{r^2} \cos\theta_M \right]$$

Mit Berücksichtigung des Dreiecks EPM wird

$$s^2 = r^2 + a^2 - 2 a r \cos \theta_M$$

$$[3.8] \quad V_M = \frac{C M_M}{r} \left[\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{a}{r}\right)^2 - 2 \frac{a}{r} \cos \theta_M}} - \frac{a}{r} \cos \theta_M \right]$$

Wo a/r die horizontale Parallaxe des Mondes ist. Hier wird der Ausdruck

$$\frac{1}{\sqrt{1 - 2 \frac{a}{r} \cos \theta_M + \left(\frac{a}{r}\right)^2}} = \sum_{n \geq 0} \left(\frac{a}{r}\right)^n P_n(\cos \theta_M)$$

durch die Legendreschen Polynomen $P_n(X)$ entwickelt:

$$P_n(X) = \sum_{k=0}^{\lfloor n/2 \rfloor} (-1)^k \frac{(2n-2k)!}{(n-k)! (n-2k)! k! 2^n} X^{n-2k}$$

mit

$$X = \cos \theta_M$$

$$\lfloor n/2 \rfloor = \frac{n}{2} \quad \text{wenn } n \text{ gerade,} \quad \lfloor n/2 \rfloor = \frac{n-1}{2} \quad \text{sonst.}$$

Die 5 ersten Polynome sind:

$$P_0(X) = 1$$

$$P_1(X) = X$$

$$P_2(X) = \frac{1}{2}(3X^2 - 1)$$

$$P_3(X) = \frac{1}{2}(5X^3 - 3X)$$

$$P_4(X) = \frac{1}{8}(35X^4 - 30X^2 + 3)$$

...

Das Potential entwickelt sich dann nach der Form:

$$V_M = \frac{C M_M}{r} \left[1 + \left(\frac{a}{r}\right)^2 P_2(\cos \theta_M) + \left(\frac{a}{r}\right)^3 P_3(\cos \theta_M) + \dots \right]$$

Das erste Glied ist konstant und unbedeutend für die Berechnung des Potentials, da die Bestimmung des Potentials bis auf diese Konstante eindeutig ist. Es wird

$$[3.9] \quad V_M = \frac{C M_M}{r} \sum_{n \geq 2} \left(\frac{a}{r}\right)^n P_n(\cos \theta_M)$$

Setzt man nach Doodson das Referenzpotential des Mondes

$$G(a) = \frac{3}{4} \frac{CM_M a^2}{c^3}$$

wo c die mittlere Entfernung Erde-Mond ist, wird

$$V_M = \sum_{n \geq 2} G(a) \frac{4}{3} \frac{c^3}{ra^2} \left(\frac{a}{r}\right)^n P_n(\cos \theta_M)$$

Führt man den Äquatorradius a_0 der Erde ein, lautet die Formel des Potentials als Funktion von θ_M :

$$[3.10] \quad V_M = \sum_{n \geq 2} G(a) \frac{4}{3} \left(\frac{a}{a_0}\right)^{n-2} \left(\frac{a_0}{c}\right)^{n-2} \left(\frac{c}{r}\right)^{n+1} P_n(\cos \theta_M)$$

Die Gleichung [3.10] wird dann umgeschrieben, um den Deklinationswinkel δ , die geozentrische Breite L und den Stundenwinkel T einzuführen. Nach der Gleichung [2.2]

$$\cos \theta_M = \sin L \sin \delta + \cos L \cos \delta \cos T$$

und mit

$$\cos \xi = \cos \delta \cos T$$

ergibt sich nach dem Additionstheorem für Legendresche Polynome die Entwicklung von $P_n(\cos \theta_M)$ nach der Form

$$P_n(\cos \theta_M) = \sum_{i=0}^n r_{n,i} * K_{n,i}(\sin L) * \cos^i L * K_{n,i}(\sin \delta) * f_i(\xi, \delta)$$

Es wird dann

$$V_M = \sum_{n \geq 2} V_n$$

mit

$$V_n = \sum_{i=0}^n G(a) \left(\frac{a}{a_0}\right)^{n-2} * K_{n,i}(\sin L) * \cos^i L * \frac{4}{3} \left(\frac{a_0}{c}\right)^{n-2} * r_{n,i} \left(\frac{c}{r}\right)^{n+1} * K_{n,i}(\sin \delta) f_i(\xi, \delta)$$

Die von der geozentrischen Breite L des Ortes P abhängigen Funktionen werden so normiert, dass ihr absolutes Maximum 1 ist.

Man setzt

$$m_{n,i} = \max |K_{n,i}(\sin L) * \cos^i L|$$

Es gibt

$$[3.11] \quad V_n = \sum_{i=0}^n \frac{1}{m_{n,i}} \underbrace{G(a) \left(\frac{a}{a_0}\right)^{n-2} K_{n,i}(\sin L) * \cos^i L}_{G_{n,i}} * \underbrace{\frac{4}{3} \left(\frac{a_0}{c}\right)^{n-2} r_{n,i} m_{n,i} \left(\frac{c}{r}\right)^{n+1}}_{f_{n,i}} * \underbrace{K_{n,i}(\sin \delta) f_i(\xi, \delta)}_{H_{n,i}}$$

und

$$V_M = \sum_{n \geq 2} \sum_{i=0}^n G_{n,i} * f_{n,i} * H_{n,i}$$

Für das von der Sonne erzeugte Potential V_S ergibt sich entsprechend:

$$V_S = \sum_{n \geq 2} V_{S,n}$$

$$V_{S,n} = \sum_{i=0}^n \frac{1}{m_{n,i}} G_S(a) \left(\frac{a}{a_0}\right)^{n-2} K_{n,i}(\sin L) * \cos^i L * \frac{4}{3} \left(\frac{a_0}{c_S}\right)^{n-2} r_{n,i} m_{n,i} \left(\frac{c_S}{r_S}\right)^{n+1} * K_{n,i}(\sin \delta_S) * f_i(\xi_S, \delta_S)$$

wo $V_{S,n}, G_S, c_S, r_S, \delta_S, \xi_S$ die aus der Sonnenentwicklung abgeleiteten Werte sind.

$$G_S(a) = \frac{3}{4} \frac{CM_S a^2}{c_S^3}$$

Mit

$$Q = \frac{G_S(a)}{G(a)}$$

und der Einführung der äquatorialen Parallaxen Π_S für die Sonne bzw. Π_M für den Mond

$$\sin \Pi_S = \frac{a_0}{c_S} \quad \sin \Pi_M = \frac{a_0}{c}$$

wird

$$Q = \frac{M_S}{M_M} \left(\frac{\sin \Pi_S}{\sin \Pi_M}\right)^3$$

$$[3.12] \quad V_{S,n} = \sum_{i=0}^n \frac{1}{m_{n,i}} \underbrace{G(a) \left(\frac{a}{a_0}\right)^{n-2} K_{n,i}(\sin L) * \cos^i L}_{G_{n,i}} * \underbrace{\frac{4}{3} Q \left(\frac{a_0}{c_S}\right)^{n-2} r_{n,i} m_{n,i} \left(\frac{c_S}{r_S}\right)^{n+1}}_{f_{S,n,i}} * \underbrace{K_{n,i}(\sin \delta_S) * f_i(\xi_S, \delta_S)}_{H_{S,n,i}}$$

und

$$V_S = \sum_{n \geq 2} \sum_{i=0}^n G_{n,i} * f_{S,n,i} * H_{S,n,i}$$

Das gesamte Gezeitenpotential als Wirkung des Mondes und der Sonne wird dann

$$V = V_M + V_S$$

Jedes Element der algebraischen Summe zerlegt sich demzufolge in drei Glieder:

$G_{n,i}$ oder geodätische Koeffizienten, die nur von der Breite L abhängig sind,

$f_{n,i}, f_{S,n,i}$ als normalisierte Konstanten,

$H_{n,i}, H_{S,n,i}$, Funktionen von δ und von trigonometrischen Gliedern, die Cosinus oder Sinus von Vielfachen des Stundenwinkels T darstellen und deren Faktoren von der Deklination und der Zeit abhängig sind.

3.3 - Doodson-Klassifikation

Durch die in V_M bzw. V_n Gruppierung dieser Glieder nach den Vielfachen vom T , die in ihren Argumenten erscheinen, ergeben sich die astronomischen Partialtiden und ihre abgeleiteten Koeffizienten. Sie unterscheiden sich nach ihren Winkelgeschwindigkeiten bzw. Frequenzbereichen: die langperiodischen Tiden, die nicht von T abhängig sind, die eintägigen Tiden (ein Zyklus pro Tag), die halbtägigen (2 Zyklen pro Tag), die dritteltägigen Tiden (3 Zyklen pro Tag), usw....

Die bekannte Klassifikation von Doodson leitet sich unmittelbar von der obengenannten harmonischen Potentialentwicklung ab. Mit Einführung der fundamentalen Argumente:

τ	mittlere Mondzeit
s	Mond
h	Sonne
p	Mondbahnperigäum
N'	aufsteigender Mondbahnknoten
q	Sonnenbahnperigäum

entwickelt sich das Potential unter der allgemeinen Form

$$[3.13] \quad V = \sum_{n=2} \sum_{m_1=0}^n G_{n,m_1}(L) \sum_{m_1, \dots, m_7} \Gamma_{m_1, \dots, m_7} \cos(m_1 \tau + m_2 s + m_3 h + m_4 p + m_5 N' + m_6 q + m_7 * 90^\circ)$$

Wo $G_{n,m_1}(L)$ geodätische Koeffizienten und Γ_{m_1, \dots, m_7} Koeffizienten des Elementarpotentials benannt werden. m_1, m_2, \dots, m_7 sind ganzzahlige Werte, mit $-5 \leq m_2, \dots, m_7 \leq +6$, und Γ_{m_1, \dots, m_7} beschreibt die maximale Amplitude jeder Partialtide. Die rechte Summierung bezieht sich für das Argument des Kosinus auf eine algebraische Kombination der fundamentalen Argumente. Demzufolge wird jede Partialtide durch die Nummernfolge m_1, m_2, \dots, m_7 identifiziert. Der Koeffizient m_1 ist unverändert und

stellt die Art der Tide dar: 0 für die langperiodischen Tiden, 1 für die eintägigen Tiden, 2 für die halbtägigen, usw... Bei Durchführung einer Gezeitenanalyse können Partialtiden berücksichtigt werden, die zu den vierzehnteltägigen Stammtiden gehören.

Der Koeffizient m_7 wird so gewählt, dass nur die Kosinus in der trigonometrischen Entwicklung erscheinen. Auf diese Weise gilt für die folgenden Schreibweisen:

$$+ \Gamma \sin(arg) \Rightarrow m_7 = -1$$

$$- \Gamma \sin(arg) \Rightarrow m_7 = +1$$

$$+ \Gamma \cos(arg) \Rightarrow m_7 = 0$$

$$- \Gamma \cos(arg) \Rightarrow m_7 = +2$$

Das Argument jeder Partialtide drückt sich dann durch die allgemeine Formel aus:

$$[3.14] \quad Arg = m_1\tau + m_2s + m_3h + m_4p + m_5N' + m_6q + m_7 * 90$$

Zur numerischen Doodson-Klassifikation werden zu jedem Koeffizient m_2, \dots, m_7 die Anzahl 5 addiert, damit sich bei der Tidenbezeichnung kein negativer Wert ergibt. Für die Seichtwassertiden erwies sich diese Einteilung als unzureichend, da ihre Koeffizienten sich außerhalb des obengenannten Intervalls $-5, \dots, +6$ befinden. Es wurden dann die Buchstaben X für 10, E für 11, T für 12 sowie * für -1 hinzugefügt. Schließlich wurde die numerische Klassifikation durch eine alphabetische (Extended Doodson Number - XDO) ersetzt, die das ursprüngliche Intervall von -7 bis zu $+10$ erweitert.

Die Tab. 3.2 stellt die ganzzahligen Werte der Koeffizienten m_1, \dots, m_7 und deren entsprechende numerische und alphabetische Doodson-Klassifikation dar, die Tab. 3.3 die hauptastronomischen Partialtiden. Zur Erkennung der Tidenart, der jede Partialtide zugeordnet wird, wird am Ende ihrer Bezeichnung der Koeffizient m_1 als Index zugewiesen.

Koeffizienten	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
numerisch		*	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	X	E	T			
alphabetisch	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J

Tab. 3.2 - Doodsons numerische und alphabetische (XDO) Klassifikation.

Am Beispiel der Tide S_2 , die zu den halbtägigen Stammtiden gehört, gilt als Kosinus-Argument:

$$Arg S_2 = 2\tau + 2s - 2h$$

Dies entspricht nach der Formel [3.14] der numerischen Kodierung:

$$2 \quad 2 \quad -2 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0$$

Mit der Klassifikation der Tab. 3.2 ergeben sich für S_2 die Doodson-Nummern (numerisch und XDO):

$$S_2: 2735555 \text{ (numerisch)} \quad \text{oder} \quad BBXZZZZ \text{ (XDO)}$$

3 - Gezeitenpotential

Bezeichnung	Geschwindigkeit (°/St.)	Doodson numerisch	Doodson alphabetisch (XDO)	Name
Q_1	13.398661	1356554	AXZAZZY	eintägige elliptische Hauptmondtide
O_1	13.943036	1455554	AYZZZZY	eintägige Hauptmondtide
P_1	14.958931	1635554	AAXZZZY	eintägige Hauptsonnentide
K_1	15.041069	1655556	AAZZZZA	eintägige Hauptdeklinationstide
μ_2	27.968208	2375555	BXBZZZZ	große Variationstide zu M_2
N_2	28.439730	2456555	BYZAZZZ	große elliptische Tide 1. Ordnung zu M_2
M_2	28.984104	2555555	BZZZZZZ	halbtägige Hauptmondtide
S_2	30.000000	2735555	BBXZZZZ	halbtägige Hauptsonnentide
K_2	30.082137	2755555	BBZZZZZ	halbtägige Hauptdeklinationstide

Tab. 3.3 - Astronomische Haupttiden und deren Doodson-Nummern.

Durch die früheren und sukzessiven Berechnungen des Gezeitenpotentials, die sich nach der Art der Entwicklung auf unterschiedliche fundamentale Argumente gestützt haben, nahm die Anzahl der Komponenten regelmäßig zu: ca. 20 für Kelvin, 40 für Darwin und 200 für Doodson. Die Liste des *Standard Development of Tide-Generating Potential* des *International Hydrographic Bureau* (IHB [1954]) legt ca. 400 Komponenten vor.

In Simon [2005], [2013] wurde das Potential nach vier unterschiedlichen Breiten berechnet. Es wurde auf diese Weise möglich, die Beiträge der unterschiedlichen Glieder der Potentialentwicklung mit Hilfe der Legendreschen Polynome zu trennen.

Das Potential wurde zu regelmäßigen und kurzen Zeitintervallen innerhalb eines Zeitraums von acht um die Ekliptik Umlaufbahnen des aufsteigenden Mondbahnknotens (ca. 150 Jahre) berechnet. Die aus den nichtlinearen Interaktionen entstehenden Seichtwassertiden wurden nach harmonischer Analyse von Zeitreihen hervorgehoben, die durch das Produkt von aus der Potentialentwicklung ermittelten Komponentenreihen unterschiedlicher Tidenart erzeugt wurden. Daher ergab sich eine umfangreiche Liste von ca. 2000 Komponenten, die die Interaktionen bis zu den vierzehnteltägigen Tiden berücksichtigen (siehe Anhang G). Aus dieser Liste wurden für die Anwendung des in Kap. 7 beschriebenen harmonischen Verfahrens ca. 700 Partialtiden übernommen.

4 – Nonharmonisches Verfahren, halbmonatliche Ungleichheit

4.1 – Analyse

Bei halbtätigen Gezeiten folgen auf jeden oberen und unteren Meridiandurchgang des Mondes (man spricht von oberen und unteren Mondtransiten) je ein Hoch- und Niedrigwasser, deren Eintrittszeiten sowie die Dauer der Tide mit den Zeiten des Mondtransits eng verbunden sind. Als Meridian wird nachfolgend der Greenwich-Meridian verwendet. Die Zeitunterschiede zwischen zwei aufeinanderfolgenden Mondtransiten, die einem halben wahren Mondtag entsprechen, stellen keinen regelmäßigen Verlauf dar und schwanken um einen Mittelwert: der halbe mittlere Mondtag (12h 25,2m), der der durchschnittlichen Tidendauer entspricht.

In ähnlicher Weise weist der Verlauf der Gezeiten periodische Schwankungen oder Ungleichheiten in Höhe und Zeit auf, die von den Mondtransitzeiten bzw. von den Mondphasen abhängig sind: vom Vollmond zum Neumond und dann wieder vom Neumond zum Vollmond. Die Ungleichheiten in Höhe zeigen von Vollmond zu Neumond kurz nach diesen Mondphasen zuerst ein Maximum, wechseln dann zu ihrem Mittelwert bis sie ein Minimum erreichen und wachsen dann wieder bis zu einem Maximum nach dem Neumond. Der Prozess wiederholt sich auf die gleiche Weise von Neumond zu Vollmond. Bei den Niedrigwassern ist die Kurve umgekehrt.

Diese extremen Werte treten praktisch zu den gleichen Mondtransitzeiten ein. Die Korrelation zwischen Mondphasen und den Zeiten des Mondtransits zeigt sich durch die Aussage, dass der Voll- oder Neumond um ca. 0 oder 12 Uhr und das erste oder letzte Viertel um ca. 6 oder 18 Uhr der Transitzeit stattfindet. Da die Zeitspanne zwischen zwei gleichen Mondphasen einem synodischen Monat oder 29,53 Tagen entspricht (Tab. 2.2) und in diesem Zeitraum die Ungleichheiten zwei periodische Schwankungen aufweisen, stimmt ihre Periode mit einem halben synodischen Monat (14,77 Tage) überein. Deshalb wurden sie halbmonatliche Ungleichheiten (HU) genannt.

Ziel des Verfahrens, auch *Synthese* genannt, ist die Bestimmung der Gezeitengrundwerte. Als Ungleichheiten werden hier die Höhen und Zeiten der Hoch- und Niedrigwasser gegenüber den (oberen und unteren) Mondtransitzeiten berücksichtigt, da die Grundwerte sich unmittelbar von diesen Ungleichheiten ableiten.

Die Ungleichheiten in Höhe, also die Hoch- und Niedrigwasserhöhen, werden unmittelbar analysiert. Die Ungleichheiten in Zeit werden als Zeitintervalle zwischen den Eintrittszeiten der Hoch- bzw. Niedrigwasser und den entsprechenden Mondtransitzeiten definiert. Um die Analyse innerhalb eines halben synodischen Monats durchzuführen (z.B. von Vollmond zu Neumond), werden die Transitzeiten, die höher als 12 Stunden sind, von 12 Stunden subtrahiert. Der Prozess erfolgt dann mit Transitzeiten, die eine Skala von 0 (Vollmond) bis 12 Stunden (Neumond) aufweisen. Die ersten und letzten Viertel werden also derselben Transitzeit 6 Uhr zugeordnet.

Die Synthese trifft nicht unbedingt für die Hoch- und Niedrigwasser zu, sondern kann auch für gleichwertige dazwischenliegende Punkte der aufeinanderfolgenden Tiden durchgeführt werden, die die gesamte beobachtete Gezeitenkurve bilden: sobald das Niedrigwasser eingetreten ist, wird die neue Tide vom nächsten Mondtransit verursacht, d.h. alle Punkte der entsprechenden Kurve werden der neuen Mondtransitzeit zugeordnet. Zur Wahl der Zwischenpunkte kann man sich beliebig auf die X- oder Y-Achse des Rechtssystems beziehen: die Abszissen werden auf der X-Achse als Prozente der Steig- bzw. Falldauer definiert, ähnliches gilt für die Ordinaten bei der Y-Achse, die sich auf Prozente des Tidenstiegs bzw. Tidenfalls beziehen (Abb. 4.1).

Dieses Verfahren dient u.a. der Herstellung von mittleren Tidenkurven. Es werden dazu die Ungleichheiten in Höhe berücksichtigt, um mittlere Kurven u. a. zur Spring- und Nippzeit zu erzeugen.

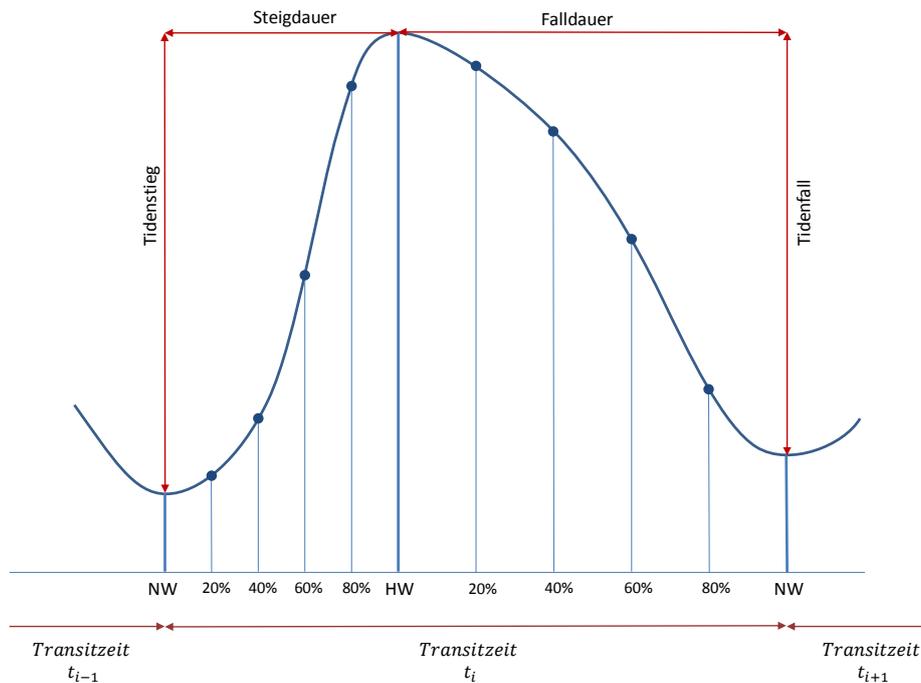


Abb. 4.1 - Punktverteilung auf der X-Achse (Zeit) der Tidenkurve.

Die halbsynodische Schwankung der Ungleichheiten wird grundsätzlich durch den Unterschied der Geschwindigkeiten beider fundamentaler Argumente s und h (mittlere Länge des Mondes und der Sonne) dargestellt. Ihre Periode entspricht einem halben synodischen Monat, oder der halben Zeitspanne zwischen zwei gleichen Mondphasen:

$$P_{HU} = \frac{360^\circ}{2(\dot{s} - \dot{h})}$$

mit der Geschwindigkeit:

$$[4.1] \quad \omega_{HU} = 2(\dot{s} - \dot{h})$$

Hier wird ω_{HU} in Grad pro Stunde definiert. Zur Analyse der Ungleichheiten gegenüber den Mondtransitzeiten muss sie in Grad pro Mondtransitstunde umgewandelt werden. Die Periode eines synodischen Monats beträgt

$$[4.2] \quad P_{SM} = \frac{360^\circ}{\dot{s} - \dot{h}}$$

und eine Phasenstunde oder eine sogenannte Transitstunde:

$$[4.3] \quad 1 T_{St} = \frac{360^\circ}{(\dot{s} - \dot{h}) 24} = \frac{15}{(\dot{s} - \dot{h})}$$

Die auf die halbmonatlichen Ungleichheiten bezogene Winkelgeschwindigkeit σ_{HU} wird nach den Formeln [4.1] und [4.3] in Grad pro Transitstunde umgewandelt.

$$[4.4] \quad \sigma_{HU} = 2(\dot{s} - \dot{h}) \frac{15}{(\dot{s} - \dot{h})} = 30^\circ / T_{St}$$

4.2 – Synthese - Gezeitengrundwerte

Zur Bestimmung der Gezeitengrundwerte werden die vier Ungleichheiten in Höhen und Zeiten:

- Hochwasser (HW)
- Niedrigwasser (NW)
- Hochwasserintervall (HWI)
- Niedrigwasserintervall (NWI)

innerhalb eines halben synodischen Monats gegenüber ihren folgenden Mittelwerten

- mittleres Hochwasser (MHW),
- mittleres Niedrigwasser (MNW),
- mittleres Hochwasserintervall (MHWI),
- mittleres Niedrigwasserintervall (MNWI).

analysiert. Um den Einfluss der nichtastronomischen Effekte zu reduzieren, werden sie durch eine abbrechende Fourier-Reihe Funktion der Mondtransitzeit in der allgemeinen Form

$$[4.5] \quad y(t) = a_0 + \sum_{i=1}^k (a_i \cos(i\sigma t) + b_i \sin(i\sigma t))$$

angenähert, mit

$y(t)$ beobachtete Ungleichheit in Höhe bzw. Intervall

σ Winkelgeschwindigkeit ($30^\circ / K_{ST}$)

t Zeit des Mondtransits, die der Höhe bzw. dem Intervall $y(t)$ zugeordnet wird,

k Gliederanzahl

a_0 Mittelwerte: MHW, bzw. MNW, MHWI, MNWI

a_i, b_i Koeffizienten der Fourier-Reihe

wo a_0, a_i, b_i $i = 1, \dots, k$ die Unbekannte sind.

Bei der Fourier-Reihe werden nur die vier ersten Glieder berücksichtigt ($k = 4$), da sie zur Darstellung der Ungleichheiten in Zeit und Höhe in den Deutschen Gewässern ausreichend sind. Die Einführung weiterer Glieder brachte keine signifikanten Vorteile.

Zur Analyse der Höhen und Intervalle werden vier Gleichungssysteme gebildet:

$$\text{HW} \quad y_H(t) = a_{H,0} + \sum_{i=1}^4 (a_{H,i} \cos(i\sigma t) + b_{H,i} \sin(i\sigma t))$$

$$\text{NW} \quad y_N(t) = a_{N,0} + \sum_{i=1}^4 (a_{N,i} \cos(i\sigma t) + b_{N,i} \sin(i\sigma t))$$

$$\text{HWI} \quad y_{HI}(t) = a_{HI,0} + \sum_{i=1}^4 (a_{HI,i} \cos(i\sigma t) + b_{HI,i} \sin(i\sigma t))$$

$$\text{NWI} \quad y_{NI}(t) = a_{NI,0} + \sum_{i=1}^4 (a_{NI,i} \cos(i\sigma t) + b_{NI,i} \sin(i\sigma t))$$

Zur Konsistenz der Berechnung gilt dieses direkte Verfahren nur für Pegelstationen, die längere Beobachtungsreihen vorlegen. Hierbei wird auf die maximale Periode des Gezeitenverlaufs verwiesen, die der Umlaufzeit des aufsteigenden Mondknotens N angenähert wird, dessen Periode 18,6 Jahre beträgt.

Je kürzer der Zeitraum der Beobachtungsreihe ist, desto mehr überwiegen bei der Analyse die lokalen mittel- und kurzperiodischen Effekte, da die langperiodischen Komponenten nicht hervorgehoben werden können. Zur Bestimmung der kurzfristigen Entwicklung des mittleren Trends bzw. der nicht astronomischen (u.a. wetterbedingten) Faktoren wird ein geringerer Analysenzeitraum verwendet (üblicherweise 5 Jahre).

Für eine Pegelstation, die einen kürzeren Beobachtungszeitraum als den gewünschten Analysenzeitraum vorlegt, kann das direkte Verfahren nicht verwendet werden. Es wird dazu eine Anschlussanalyse mit Hilfe eines Bezugspegels (in der Regel ein Permanentpegel) durchgeführt. Es gilt am Bezugspegel:

$$[4.6] \quad y_b(t) = a_{b0} + \sum_{i=1}^4 (a_{bi} \cos(i\sigma t) + b_{bi} \sin(i\sigma t))$$

Hier sind a_{b0} , a_{bi} und b_{bi} aus längerer Beobachtungszeit bekannt; jede Ungleichheit $y_b(t)$ am Bezugspegel und $y(t)$ an der Pegelstation werden derselben Mondtransitzeit zugeordnet. Durch Differenzbildung zwischen den Formeln [4.5] und [4.6] wird

$$[4.7] \quad \Delta y(t) = \Delta a_0 + \sum_{i=1}^4 (\Delta a_i \cos(i\sigma t) + \Delta b_i \sin(i\sigma t))$$

mit

$$\Delta y(t) = y(t) - y_b(t)$$

und die Unbekannte:

$$\Delta a_0 = a_0 - a_{b0}$$

$$\Delta a_i = a_i - a_{bi}$$

$$\Delta b_i = b_i - b_{bi}$$

Für beide Verfahren bildet sich das Gleichungssystem unter Matrizenform, die Ausgleichsrechnung erfolgt durch die Methode der kleinsten Quadrate (Anhang B, Abschnitte B.1, B.3).

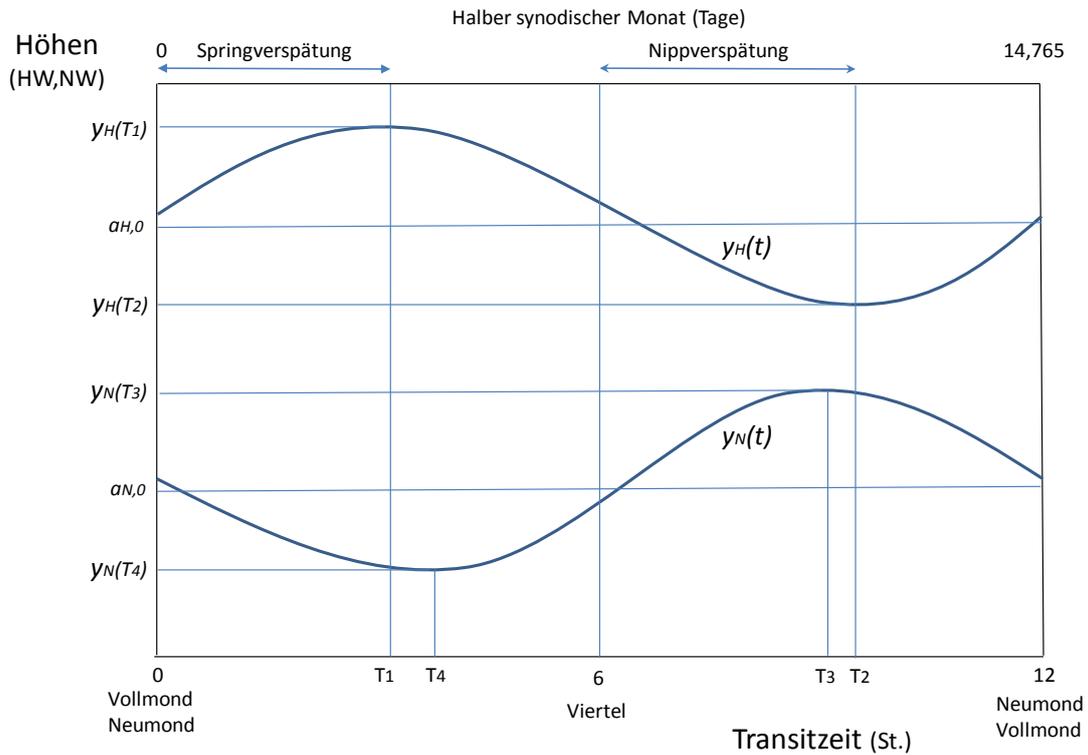


Abb. 4.2 - Halbmonatliche Ungleichheiten: Höhen, Fourier-Reihen.

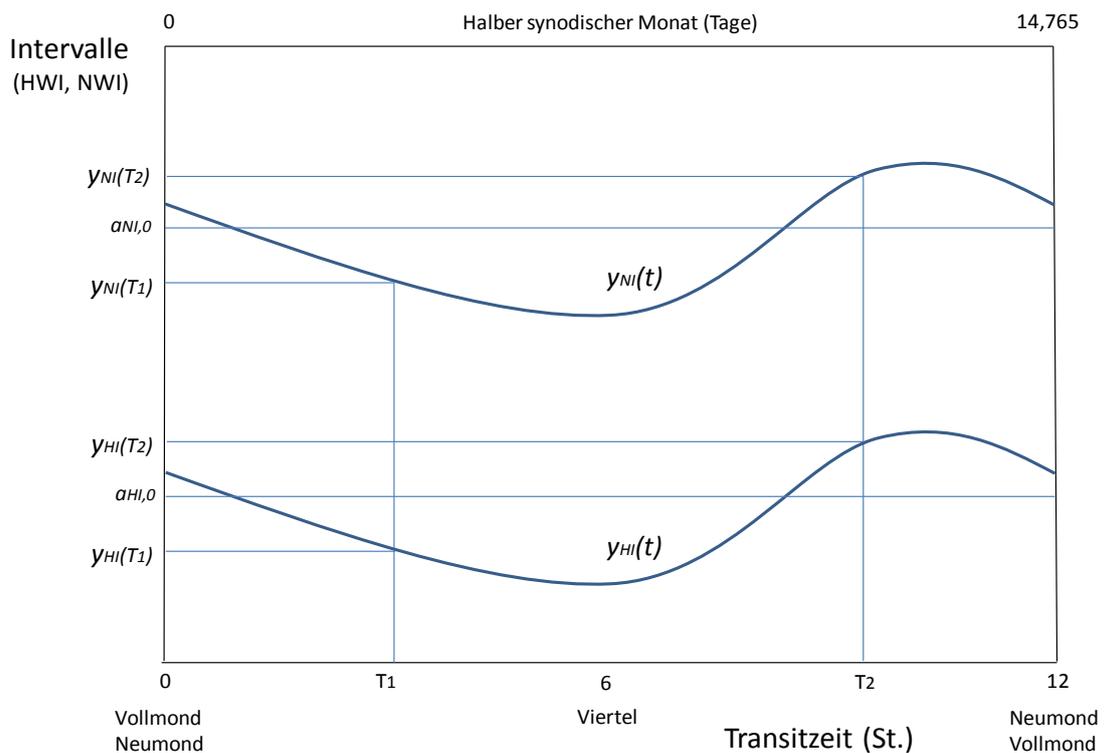


Abb. 4.3 - Halbmonatliche Ungleichheiten: Intervalle, Fourier-Reihen.

Nach Lösung der Gleichungssysteme ergeben sich die vier Fourier-Reihen (Abb. 4.2 u. 4.3): $Y_H(t)$ für die Hochwasser, $Y_N(t)$ für die Niedrigwasser, $Y_{HI}(t)$ für die Hochwasserintervalle und $Y_{NI}(t)$ für die Niedrigwasserintervalle.

Da die Springzeit die Zeit ist, zu der die Ungleichheit in Hochwasserhöhe ihren größten Wert annimmt, ist T_1 als Zeitpunkt des Maximums von $Y_H(t)$, der Springzeit. In ähnlicher Weise wird T_2 Zeitpunkt des Minimums von $Y_H(t)$, als Nippzeit bezeichnet. T_3 und T_4 beziehen sich auf das Maximum bzw. auf das Minimum von $Y_N(t)$.

Die Gezeitengrundwerte werden wie folgt abgeleitet (die Dauer der mittleren Tide beträgt 12h 25,24 min oder 12,420666 Stunden):

Mittleres Hochwasser	$MHW = a_{H,0}$
Mittleres Niedrigwasser	$MNW = a_{N,0}$
Mittlerer Tidenhub	$MTH = MHW - MNW$
Mittleres Springhochwasser	$MSpHW = \max(Y_H(t)) = Y_H(T_1)$
Mittleres Springniedrigwasser	$MSpNW = \min(Y_N(t)) = Y_N(T_4)$
Mittleres Nipphochwasser	$MNpHW = \min(Y_H(t)) = Y_H(T_2)$
Mittleres Nippniedrigwasser	$MNpNW = \max(Y_N(t)) = Y_N(T_3)$
Mittlerer Springtidenhub	$MSpTH = MSpHW - MSpNW$
Mittlerer Nipptidenhub	$MNpTH = MNpHW - MNpNW$
Mittleres Springniedrigwasser zu T_1	$MSpNW(T_1) = Y_N(T_1)$
Mittleres Nippniedrigwasser zu T_2	$MNpNW(T_2) = Y_N(T_2)$
Mittlerer Springtidenhub zu T_1	$MSpTH(T_1) = Y_H(T_1) - \frac{1}{2} [Y_N(T_1) + Y_N(T_1 - 25,24min)]$
Mittlerer Nipptidenhub zu T_2	$MNpTH(T_2) = Y_H(T_2) - \frac{1}{2} [Y_N(T_2) + Y_N(T_2 - 25,24min)]$
Mittleres Hochwasserintervall	$MHWI = a_{HI,0}$
Mittleres Niedrigwasserintervall	$MNWI = a_{NI,0}$
Mittleres Springhochwasserintervall	$MSpHWI = Y_{HI}(T_1)$
Mittleres Nipphochwasserintervall	$MNpHWI = Y_{HI}(T_2)$
Mittleres Springniedrigwasserintervall	$MSpNWI = Y_{NI}(T_1)$
Mittleres Nippniedrigwasserintervall	$MNpNWI = Y_{NI}(T_2)$
Mittlere Springhochwasserzeit	$MSpHWZ = MSpHWI + T_1$
Mittlere Nipphochwasserzeit	$MNpHWZ = MNpHWI + T_2$

Mittlere Springniedrigwasserzeit	$MSpNWZ = MSpNWI + T_4$
Mittlere Nippniedrigwasserzeit	$MNpNWZ = MNpNWI + T_3$
Mittlere Falldauer	$MFD = MNWI - MHWI$
Mittlere Steigdauer	$MSD = 12h\ 25,24m - MFD$
Mittlere Springfalldauer	$MSpFD = Y_{NI}(T_1) - Y_{HI}(T_1)$
Mittlere Springsteigdauer	$MSpSD = Y_{HI}(T_1) - Y_{NI}(T_1 - 25,24min) + 12h\ 25,6min$
Mittlere Nippfalldauer	$MNpFD = Y_{NI}(T_2) - Y_{HI}(T_2)$
Mittlere Nippsteigdauer	$MNpSD = Y_{HI}(T_2) - Y_{NI}(T_2 - 25,24min) + 12h\ 25,0min$
Mittlere Springtidendauer	$MSpTD = MSpFD + MSpSD$
Mittlere Nipptidendauer	$MNpTD = MNpFD + MNpSD$

Am Beispiel des Pegels Cuxhaven wurden Beobachtungen für einen Zeitraum von 19 Jahren analysiert (Endjahr der Zeitreihe: 2010). Die folgenden Abbildungen stellen, bezogen auf die Mondtransitzeiten, die Höhen und Intervalle sowie die entsprechenden Fourier-Reihen dar. Durch den Einfluss nicht astronomischer Effekte (u.a. Meteorologie – Windstau) weist die Varianz der Hoch- und Niedrigwasser im Gegensatz zu den Intervallen einen hohen Wert auf.

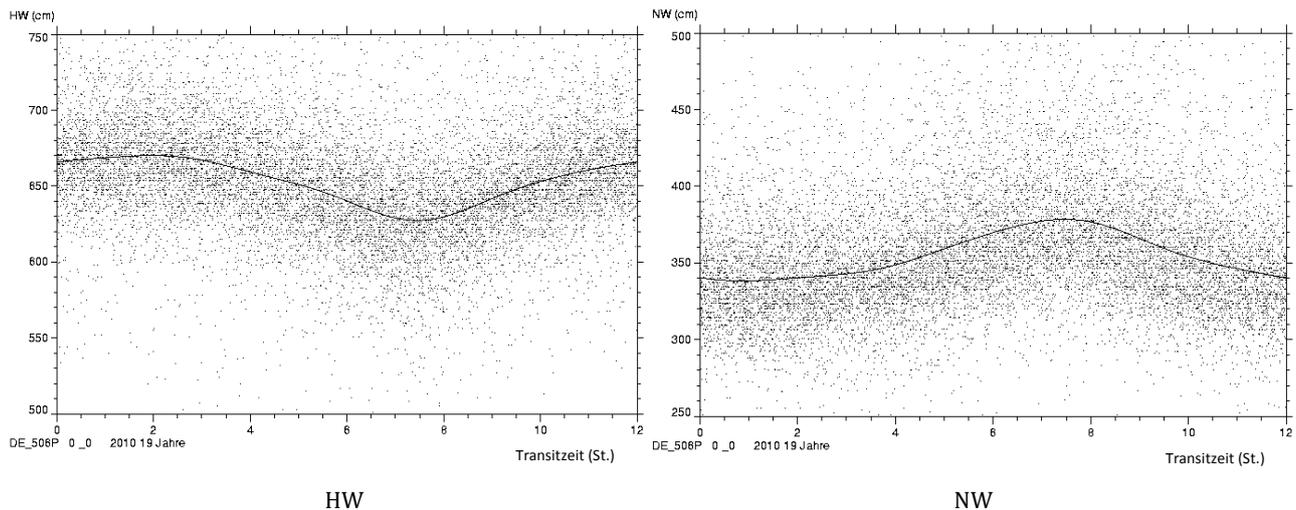


Abb. 4.4 – HU-Synthese nach Ausgleichsrechnung: HW- NW-Beobachtungen (Cuxhaven, 1992-2010).

4 – Nonharmonisches Verfahren, halbmonatliche Ungleichheit

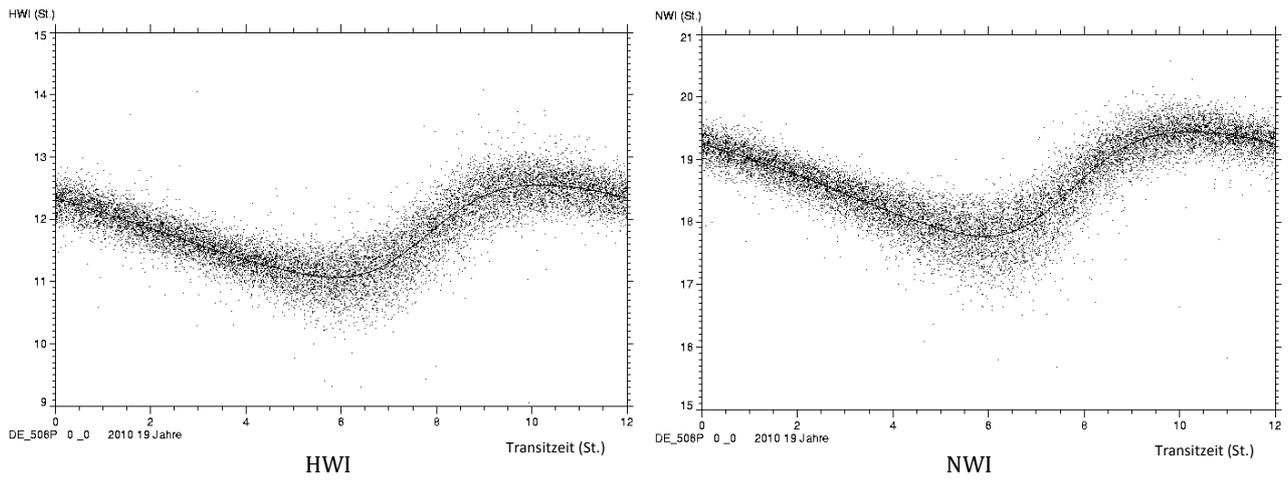


Abb. 4.5 – HU-Synthese nach Ausgleichsrechnung: HWI- NWI-Beobachtungen (Cuxhaven, 1992-2010).

5 – Darstellung der Ungleichheiten

5.1 – Analyse

Das Vorausberechnungsverfahren der Darstellung der Ungleichheiten wurde in Horn [1948] und [1960] beschrieben. Hier wird im Gegensatz zur harmonischen Methode auf die Ermittlung der ganzen Gezeitenkurve verzichtet. Es werden nur einzelne Punkte (nachfolgend die Hoch- und Niedrigwasser) berechnet. Durch diese Einschränkung bietet das Verfahren mit wenig Rechenleistung präzise Ergebnisse, die zum Zweck der Seeschifffahrt völlig ausreichend sind. Das Verfahren beschränkt sich dennoch auf die halbtägige Gezeitenform sowie auf Gezeiten mit kleiner täglicher Ungleichheit.

In ähnlicher Weise wie bei der Synthese werden die vier Ungleichheiten der Hoch- und Niedrigwasser in Höhe und Zeitintervall gegenüber ihren Mittelwerten analysiert. Um die tägliche Ungleichheit, d.h. die Verschiedenheit der Ungleichheiten bei den oberen und unteren Mondtransiten zu berücksichtigen, werden die Ungleichheiten nach den oberen und unteren Mondtransiten getrennt behandelt. Dies beseitigt die Unzulänglichkeit des Verfahrens, bei dem die tägliche Ungleichheit nicht durch einen allgemeinen analytischen Ansatz beschrieben werden soll (Horn [1948]).

Die Ungleichheiten hängen von den folgenden astronomischen Größen ab:

- der Mondtransitzeit (als Maß der Mondphase),
- der Horizontalparallaxe des Mondes (als Mondentfernung)
- der Monddeklinaton beim Meridiandurchgang des Mondes,
- der Sonnenparallaxe (als Sonnenentfernung)
- der Sonnendeklinaton,

Sie stellen sich durch trigonometrische Reihen als Summe von sogenannten *harmonischen Gliedern* unterschiedlicher Geschwindigkeiten dar, die Funktionen der Mondtransitnummerierung sind. Die unbekanntenen Amplituden und Phasen sind ortsabhängig, die Geschwindigkeiten sind lineare Kombinationen der Grundgeschwindigkeiten der vier folgenden fundamentalen Argumente:

- s mittlere Länge des Mondes
- h mittlere Länge der Sonne
- p mittlere Länge des Mondbahnperigäums
- N mittlere Länge des aufsteigenden Mondbahnknotens

Aufgrund der sehr langen Periode der mittleren Länge des Sonnenbahnperigäums q (20937 Jahre) wird dieses Argument hier als konstant angesehen und vernachlässigt.

Für die Deutschen Küsten wurden in Horn [1960] 44 harmonische Glieder definiert, die nach Umarbeitung auf 43 reduziert wurden (Anhang D). Durch die Reihenentwicklung als Funktion der Mondtransitnummer, die sich auf den mittleren Mondtag bezieht, müssen die Winkelgeschwindigkeiten

der harmonischen Glieder von Grad pro Stunde zu Grad pro Mondnummer mit Einführung des Mondtags umgewandelt werden. Die Dauer m des mittleren Mondtags beträgt in Stunden:

$$m = \frac{360}{15 + \dot{h} - \dot{s}} = 24,8412 \text{ (St.)}$$

Bezogen auf den mittleren Mondtag wird z.B. die Winkelgeschwindigkeit der halbsynodischen Schwankung, die der periodischen Änderung der halbmonatlichen Ungleichheiten entspricht:

$$\omega_{HU} = 2(\dot{s} - \dot{h}) m = 25,2360 \text{ (°/m)}$$

Die Grundformel zur Darstellung der Ungleichheiten lässt sich nach der allgemeinen Form ausdrücken

$$[5.1] \quad y_j^{(n)} = a_0^{(n)} + \sum_{\gamma=1}^K R_\gamma^{(n)} \cos(\omega_\gamma j - \varphi_\gamma^{(n)})$$

wo die Ungleichheiten in Höhe und Intervall nach oberer und unterer Mondtransitnummer eingeordnet werden. Für die Hoch- und Niedrigwasser gelten dann die nachfolgenden 8 Gleichungssysteme, die durch den Index n bezeichnet werden ($n = 1, \dots, 8$).

Hochwasserintervalle, oberer Mondtransit:

$$y_j^{(1)} = HWZ_j^{(o)} - M_j^{(o)} = a_0^{(1)} + \sum_{\gamma=1}^K R_\gamma^{(1)} \cos(\omega_\gamma j - \varphi_\gamma^{(1)})$$

Niedrigwasserintervalle, oberer Mondtransit:

$$y_j^{(2)} = NWZ_j^{(o)} - M_j^{(o)} = a_0^{(2)} + \sum_{\gamma=1}^K R_\gamma^{(2)} \cos(\omega_\gamma j - \varphi_\gamma^{(2)})$$

Hochwasserintervalle, unterer Mondtransit:

$$y_j^{(3)} = HWZ_j^{(u)} - M_j^{(u)} = a_0^{(3)} + \sum_{\gamma=1}^K R_\gamma^{(3)} \cos(\omega_\gamma j - \varphi_\gamma^{(3)})$$

Niedrigwasserintervalle, unterer Mondtransit:

$$y_j^{(4)} = NWZ_j^{(u)} - M_j^{(u)} = a_0^{(4)} + \sum_{\gamma=1}^K R_\gamma^{(4)} \cos(\omega_\gamma j - \varphi_\gamma^{(4)})$$

Hochwasserhöhen, oberer Mondtransit:

$$y_j^{(5)} = HWH_j^{(o)} = a_0^{(5)} + \sum_{\gamma=1}^K R_\gamma^{(5)} \cos(\omega_\gamma j - \varphi_\gamma^{(5)})$$

Niedrigwasserhöhen, oberer Mondtransit:

$$y_j^{(6)} = NWH_j^{(o)} = a_0^{(6)} + \sum_{\gamma=1}^K R_\gamma^{(6)} \cos(\omega_\gamma j - \varphi_\gamma^{(6)})$$

Hochwasserhöhen, unterer Mondtransit:

$$y_j^{(7)} = HWH_j^{(u)} = a_0^{(7)} + \sum_{\gamma=1}^K R_\gamma^{(7)} \cos(\omega_\gamma j - \varphi_\gamma^{(7)})$$

Niedrigwasserhöhen, unterer Mondtransit:

$$y_j^{(8)} = NWH_j^{(u)} = a_0^{(8)} + \sum_{\gamma=1}^K R_\gamma^{(8)} \cos(\omega_\gamma j - \varphi_\gamma^{(8)})$$

Mit

HWZ, HWH Hochwasserzeit, bzw -höhe

NWZ, NWH Niedrigwasserzeit, bzw -höhe

j Mondtransitnummer: die Transite werden ab dem 31.12.1949, 21:08 UTC (oberer Transit: $j = 0$) nummeriert, wo jeder unterer Transit die gleiche Nummer wie der unmittelbar vorangehende obere erhält.

K Anzahl der harmonischen Glieder (43).

$y_j^{(n)}$ beobachtete Ungleichheit, die der Transitnummer j zugeordnet ist.

$(o), (u)$ oberer, bzw. unterer Mondtransit.

M_j Mondtransitzeit, die der Transitnummer j zugeordnet ist.

$a_0^{(n)}$ mittlere Intervalle bzw. Höhen

γ Summationsindex ($\gamma = 1, \dots, K$)

$R_\gamma^{(n)}$ Amplitude des harmonischen Glieds

ω_γ Winkelgeschwindigkeit (Grad/Mondnummer) des harmonischen Glieds

$\varphi_\gamma^{(n)}$ Phase des harmonischen Glieds

Hier ist zu bemerken, dass die folgenden mittleren Werte

$$a_0^{(1)} = a_0^{(3)} = MHWI$$

$$a_0^{(2)} = a_0^{(4)} = MNWI$$

$$a_0^{(5)} = a_0^{(7)} = MHW$$

$$a_0^{(6)} = a_0^{(8)} = MNW$$

zunächst aus der in Kap. 4 beschriebenen Synthese gewonnen worden sind. Nach der Formel [5.1] kann jedes der obengenannten Gleichungssysteme unter der Form

$$[5.2] \quad y_j^{(n)} - a_0^{(n)} = \sum_{\gamma=1}^K R_\gamma^{(n)} \cos(\omega_\gamma j - \varphi_\gamma^{(n)})$$

geschrieben werden, wo $R_\gamma^{(n)}$ und $\varphi_\gamma^{(n)}$ die Unbekannten sind. Das Verfahren wird an den Permanentpegeln angewandt und erfordert einen Analysenzeitraum von mindestens 18,6 Jahren (19 Jahre in der Praxis).

Zur Lösung des Systems wird die Formel [5.2] unter ihrer linearen Form umgewandelt:

$$F(j)^{(n)} = y_j^{(n)} - a_0^{(n)} = \sum_{\gamma=1}^K (C_\gamma^{(n)} \cos \omega_\gamma j + S_\gamma^{(n)} \sin \omega_\gamma j)$$

mit

$$C_\gamma^{(n)} = R_\gamma^{(n)} \cos \varphi_\gamma^{(n)}$$

und

$$S_\gamma^{(n)} = R_\gamma^{(n)} \sin \varphi_\gamma^{(n)}$$

wo $R_\gamma^{(n)}$ und $\varphi_\gamma^{(n)}$ sich unmittelbar von $C_\gamma^{(n)}$ und $S_\gamma^{(n)}$ ableiten. Ähnlich wie bei der Synthese erfolgt der Prozess nach Ausgleichsrechnung mit der Methode der kleinsten Quadrate (Anhang B, Abschnitte B.2 u. B.3).

5.2 – Vorausberechnung

Nach Bestimmung von $C_\gamma^{(n)}$, $S_\gamma^{(n)}$, bzw. $R_\gamma^{(n)}$, $\varphi_\gamma^{(n)}$, werden die Ungleichheiten $Y_j^{(n)}$ (Höhen und Intervalle) zum gewünschten Zeitraum mit Hilfe der folgenden Gleichung vorausberechnet.

$$[5.3] \quad Y_j^{(n)} = a_0^{(n)} + \sum_{\gamma=1}^K R_\gamma^{(n)} \cos (\omega_\gamma j - \varphi_\gamma^{(n)})$$

Dafür müssen zur Zeit der Vorausberechnung die entsprechenden Nummern j sowie die Zeiten $M_j^{(n)}$ der Mondtransite bekannt sein. Die Höhen werden direkt ermittelt. Zur Bestimmung der Eintrittszeiten der Hoch- und Niedrigwasser müssen ebenfalls den entsprechenden vorausberechneten Intervallen die zugeordneten Zeiten der Mondtransite hinzugefügt werden. In ähnlicher Weise wie die beobachteten Höhen werden hier die beobachteten Intervalle (also die wahren Intervalle) berücksichtigt, die sich auf die Transite des wahren Mondes beziehen. Deswegen werden hier die Daten des wahren Mondes verwendet.

Für eine Pegelstation, die einen kürzeren Beobachtungszeitraum vorlegt, wird eine sogenannte Anschlussvorausberechnung mit Hilfe eines Permanentpegels (Bezugspegel) durchgeführt. Dazu werden nach Kunze [1989] die Phasen und Amplituden der harmonischen Glieder des Bezugspegels übernommen, bis auf die $a_0^{(n)}$ und die Phasen und Amplituden der harmonischen Glieder, die den vier Gliedern der nach der Synthese ermittelten Fourier-Reihen entsprechen. Diese stammen nach der Gleichung [4.7] aus Differenzanalyse zwischen den Daten der betroffenen Pegelstation und den Daten des ausgewählten Bezugspegels.

Tab. 5.1 stellt den Zusammenhang der Winkelgeschwindigkeiten dar, die bei der Darstellung der Ungleichheiten und der Synthese (Kap. 4) verwendet werden. Hier sind die harmonischen Glieder 17, 34, 41, 43 des Anhangs D betroffen, die sich aus Kombinationen der Winkelgeschwindigkeiten der fundamentalen Argumente s, h, p und N' ergeben.

Harmonische Glieder (halbmonatliche Ungleichheit)						Synthese	
γ	s	h	p	N'	ω (°/Mondnummer)	i	σi (°/T.St.)
17	2	-2	0	0	25,236...	1	30
34	4	-4	0	0	50,472...	2	60
41	6	-6	0	0	75,708...	3	90
43	8	-8	0	0	100,944...	4	120

Tab. 5.1 – Halbmonatliche Ungleichheit: Zusammenhang zwischen den Winkelgeschwindigkeiten der entsprechenden harmonischen Glieder (index γ) und der Glieder der Fourier-Reihen (Synthese).

Die Gleichung [4.5]

$$y(t) = a_0 + \sum_{i=1}^4 (a_i \cos(i\sigma t) + b_i \sin(i\sigma t))$$

kann in der Form

$$y(t) = a_0 + \sum_{i=1}^4 (R_i \cos(i\sigma t - \psi_i))$$

geschrieben werden, wo die Phase ψ_i und die Amplitude R_i sich direkt von a_i, b_i ableiten.

Die Mittelwerte $a_0^{(n)}$ und die Amplituden R_i können direkt übernommen werden, die Phasen müssen umgerechnet werden. Für die vier obengenannten harmonischen Glieder müssen nach der Gleichung [5.2] die cos-Argumente übereinstimmen. Dazu werden im Folgenden die oberen bzw. unteren Mondtransitzeiten berücksichtigt.

Es gilt für die oberen Transite:

$$\omega_{\gamma} j - \varphi_{\gamma}^{(n)(o)} = i\sigma t^{(o)} - \psi_i$$

und für die unteren Transite

$$\omega_{\gamma} j - \varphi_{\gamma}^{(n)(u)} = i\sigma t^{(u)} - \psi_i$$

Insbesondere für $j = 0$ wird für den ersten oberen Transit am 31.12.1949 21:07:47

$$t = t_0^{(o)} = 9,1297 \dots St$$

und für den ersten unteren Transit am 01.01.1950 09:32:41

$$t = t_0^{(u)} = 9,5447 \dots St$$

Die Phasen werden dann nach

$$\varphi_{\gamma}^{(n)(o)} = \psi_i - i\sigma t_0^{(o)}$$

$$\varphi_{\gamma}^{(n)(u)} = \psi_i - i\sigma t_0^{(u)}$$

berechnet. Bei diesem Anschlussverfahren werden die Amplituden und Phasen der vier harmonischen Glieder der Tab. 5.1 bestimmt, die sich auf die Daten der Pegelstation beziehen. Sie werden die Amplituden und Phasen der entsprechenden harmonischen Glieder des Bezugspegels ersetzen. Die Vorausberechnung erfolgt dann durch die Gleichung [5.3].

5.3 - Berechnung der Ganglinie

Bisher wurden nur die Scheitelpunkte (Hoch- und Niedrigwasser) berücksichtigt. Dennoch kann das Verfahren ebenfalls auf weitere Zwischenpunkte der Tidenkurve angewendet werden. Die Auswahl erfolgt nach der in Abb. 4.1 geschilderten Methode, wo die Stützstellen als Prozente der Stieg- bzw. Falldauer eines Tidenverlaufs definiert werden. Dazu muss bei der Analyse jeder Tidenverlauf seiner entsprechenden (oberen bzw. unteren) Mondtransitnummer zugeordnet werden. Die Zwischenpunkte werden in ähnlicher Weise wie die Hoch- und Niedrigwasser analysiert, um die Phasen und Amplituden der harmonischen Glieder zu berechnen. Dies bedeutet in der Theorie, dass durch diesen einfachen Wiederholungsprozess die Vorausberechnung der gesamten Gezeitenkurve mit Hilfe der Darstellung der Ungleichheiten möglich ist. Die Voraussetzung dafür ist, dass vorher für jeden ausgewählten Zwischenpunkt eine Fourier-Analyse der betroffenen Zeitreihen zur Bestimmung der mittleren Werte durchgeführt werden muss.

Allerdings verliert die Annäherung der Beobachtungsdaten durch die Fourier-Kurven (Abb. 4.4) und folglich die Berechnung der mittleren Gezeitenwerte ihre Genauigkeit, wenn sich entsprechend dem ausgewählten Zwischenpunkt die Abweichungen der halbmonatlichen Ungleichheiten verringern. Dies ist der Fall der Höhen beim Einfluss der meteorologischen Streuung, wenn sich der Zwischenpunkt dem mittleren Wasserstand nähert.

Unter der Bedingung, dass die Scheitelpunkte zuerst vorausberechnet werden, können dann in erster Annäherung die Zeitdaten der Zwischenpunkte prozentual auf Basis der Eintrittszeiten der betroffenen Scheitelpunkte nach der Methode der Abb. 4.1 bestimmt werden. Die Höhen müssen vorausberechnet werden. Die Ermittlung jeder Zwischenpunkthöhe erfordert mit Berücksichtigung der 43 harmonischen Glieder von je 2 Gleichungssystemen (oberer und unterer Mondtransit) die Berechnung von 86 Phasen und 86 Amplituden. Die Anzahl der Unbekannten nimmt mit der der Stützstellen drastisch zu: bei einer Taktfrequenz von 15 Minuten wird die Tidenkurve von ca. 48 Stützstellen definiert. Dies hat die Bestimmung von 4128 Amplituden und 4128 Phasen zur Folge.

6 - Harmonische Analyse

6.1 - Harmonische Darstellung des Wasserstands

a) Grundlagen

Die Antwort des Ozeans auf die gezeitenerzeugende Kraft lässt erkennen, dass in Flachwassergebieten, insbesondere in Küstenbereichen, die nichtlinearen Interaktionen die Ursache für die Erzeugung von Seichtwassertiden sind. Obwohl die astronomischen Tiden bei ihrer Ausbreitung in offener See als sinusförmig angesehen werden können, unterliegen sie in solchen Gebieten einer Erhöhung ihrer Amplitude und einer Verzerrung ihrer Sinuskurve. Durch ihre Kombinationen werden zusätzliche Partialtiden erzeugt.

Es werden Oberwellen oder Verbundwellen gebildet. Wegen der flachen Bodentopographie nimmt die Anzahl der Seichtwassertiden drastisch zu. Außerdem können sie gemäß der Ausbreitungsbedingungen ausgeweitet bzw. abgeschwächt werden oder sich weiter untereinander kombinieren, um neue Partialtiden zu erzeugen. In Mündungen können Wechselwirkungen zwischen Seichtwassertiden vorkommen, die die vierzehnteltägigen Tiden erreichen.

Die Seichtwassertiden können an jedem Ort aus Spektralanalyse von Wasserständen durch die Erkennung ihrer spezifischen Frequenzbereiche identifiziert werden. Aufgrund ihrer Anzahl und wegen der geringen Unterschiede ihrer Winkelgeschwindigkeiten, die sie manchmal untereinander - auch mit astronomischen Partialtiden - aufweisen, muss der Beobachtungszeitraum ausreichend sein (siehe Abschnitt 6.2), um sie beim Analyseverfahren trennen zu können.

Die Anzahl von Zyklen pro Tag, der eine Partialtide unterliegt, wird durch einen Index am Ende ihrer Bezeichnung angezeigt. Auf diese Art wird z.B. die halbtägige Hauptdeklinationstide K_2 genannt. Dies gilt auch für die Obertiden einer Haupttide wie M_4 , M_6 , M_8 als Obertiden zu M_2 sowie die Obertiden S_4 , S_6 , S_8 zu S_2 , mit je 4, 6, 8 Zyklen pro Montag bzw. Sonnentag. Die Bezeichnung einer Verbundtide wird nach der Benennung der Hauptpartialtiden definiert, die durch ihre Kombination die Geschwindigkeit der Verbundtide ergeben. Da die Summe algebraisch ist, werden die Komponenten, deren Geschwindigkeiten durch die Kombination einen negativen Koeffizienten aufweisen, an das Ende der Bezeichnung gestellt.

Die Geschwindigkeit der Verbundtide $2MN_6$ (6 Zyklen pro Tag), die eine Zusammensetzung der Haupttiden M_2 und N_2 ist, beträgt zweimal die Geschwindigkeit von M_2 (4 Zyklen) - der Koeffizient 2 bezieht sich auf die Haupttide M_2 - plus einmal die Geschwindigkeit von N_2 (2 Zyklen), was insgesamt 6 Zyklen ergibt:

$$\sigma_{2MN_6} = 2 \sigma_{M_2} + \sigma_{N_2}$$

Und für die Geschwindigkeiten der Partialtiden MP_1 , $2NKS_4$ und $3M_2S_2$:

$$\sigma_{MP_1} = \sigma_{M_2} - \sigma_{P_1}$$

$$\sigma_{2NKS_4} = 2 \sigma_{N_2} + \sigma_{K_2} - \sigma_{S_2}$$

$$\sigma_{3M_2S_2} = 3 \sigma_{M_2} - 2 \sigma_{S_2}$$

b) Grundformeln

Die an einem Ort gezeitenbedingte Änderung des Wasserstands wird nach dem harmonischen Verfahren durch die Grundformel

$$[6.1] \quad h(t) = z_0 + \sum_{i=1}^n h_i \cos (V_i(t) - g_i)$$

dargestellt, wo $h(t)$ dem Wasserstand als Funktion der Zeit t und z_0 dem mittleren Niveau des Meeres entsprechen. $h(t)$ wird nach einer algebraischen und finiten Summe von n trigonometrischen Gliedern ausgedrückt, wo jedes Glied sich auf eine bestimmte Partialtide P_i (astronomische oder Seichtwassertide) bezieht. $V_i(t)$ ist die Phase von P_i zum Zeitpunkt t .

Die Größen h_i , die Amplitude von P_i , und die Phasenverschiebung g_i sind ortsabhängig und konstante Werte. Sie werden *harmonische Konstanten* der Partialtide P_i genannt.

Angesichts der Zeit können unterschiedliche Bezüge berücksichtigt werden, u.a. die UTC-Zeit von Greenwich oder die gesetzliche Zeit der lokalen Zeitzone. Im Folgenden wird nur die Zeit der lokalen Zeitzone betrachtet, d.h. die Zeitzone der Station, deren Wasserstandsdaten analysiert werden.

Die Phase $V_i(t)$ kann nach

$$V_i(t) = V_{0,i} + \sigma_i t$$

umgeschrieben werden, wo σ_i der Winkelgeschwindigkeit der Partialtide und $V_{0,i}$ ihrer Phase zur Zeit $t = 0$ entsprechen. Die Formel [6.1] wird dann

$$[6.2] \quad h(t) = z_0 + \sum_{i=1}^n h_i \cos (V_{0,i} + \sigma_i t - g_i)$$

Die Phase jeder Partialtide P_i wird mit den Parametern der fünf fundamentalen Argumente nach der Formel [3.14]

$$[6.3] \quad V_i(t) = m_1 \tau + m_2 s + m_3 h + m_4 p + m_5 N' + m_6 q + m_7 * 90$$

berechnet, wo die Argumente s, h, p, N', q sich unmittelbar aus der Formel [2.3] herleiten. Daher ergibt sich die Winkelgeschwindigkeit:

$$[6.4] \quad \sigma_i(t) = m_1 \dot{\tau} + m_2 \dot{s} + m_3 \dot{h} + m_4 \dot{p} + m_5 \dot{N}' + m_6 \dot{q}$$

Mit Ersetzung der mittleren Mondzeit τ durch die gesetzliche Zeit t wird nach der Formel [2.4] die Formel [6.3] umgeschrieben:

$$[6.5] \quad V_i(t) = m_1 15 t + h (m_1 + m_3) + s(m_2 - m_1) + m_4 p + m_5 N' + m_6 q + m_7 * 90^\circ$$

und mit Einführung der mittleren Zeit T in Julianischen Jahrhunderten gemessen:

$$[6.6] \quad V_i(T) = m_1 360 * 36525 * T + h(m_1 + m_3) + s(m_2 - m_1) \\ + m_4 p + m_5 N' + m_6 q + m_7 * 90^\circ$$

Aus dieser Formel ergibt sich die Winkelgeschwindigkeit $\sigma_i(T)$

$$[6.7] \quad \sigma_i(T) = m_1 * 360 * 36525 + \frac{dh}{dT}(m_1 + m_3) + \frac{ds}{dT}(m_2 - m_1) + m_4 \frac{dp}{dT} + m_5 \frac{dN'}{dT} + m_6 \frac{dq}{dT}$$

Die Vorausberechnungsgenauigkeit des Wasserstands $h(t)$ hängt in erster Linie von der Berücksichtigung aller Partialtiden (oder einer ausreichenden Anzahl von Partialtiden) in der Formel [6.2] ab, die je auf die Höhe $h(t)$ einwirken.

Diese Genauigkeit ist nicht immer erreicht, da oft für manche Pegelstationen nur kürzere Beobachtungszeiträume zur Verfügung stehen. Dies ermöglicht beim Analysenprozess bestenfalls nur die Erkennung der Hauptpartialtiden. Andererseits sind für bestimmte Orte harmonische Konstanten einer begrenzten Anzahl von Partialtiden bekannt. Um diesem abzuhelpen wird dann gewöhnlich als harmonischer Ansatz die Schreibweise nach Darwin verwendet, bei der die nodalen Korrekturen f_i und v_i in die harmonische Formel eingeführt werden. Diese Korrekturen betreffen in erster Linie die vom Potential abgeleiteten astronomischen Haupttiden, um innerhalb einer Stammtide (die aus einer Haupttide und mehreren Nebentiden besteht) die fehlenden Nebentiden durch die Haupttide ersetzen zu können (siehe Anhang A).

Die Verwendung von nodalen Korrekturen hat zur Folge, dass die harmonischen Konstanten h_i und g_i jeder Haupttide P_i nach $f_i * h_i$ bzw. $g_i - v_i$ in der Formel [6.2] geändert werden. Der Ausdruck von $h(t)$ wird demnach:

$$[6.8] \quad h(t) = z_0 + \sum_{i=1}^n f_i h_i \cos(V_{0,i} + \sigma_i t + v_i - g_i)$$

Die nodalen Korrekturen der Seichtwassertiden, die aus Zusammensetzung astronomischer Haupttiden entstehen, ergeben sich aus Kombination der nodalen Korrekturen ihrer entsprechenden Haupttiden. Anhang E stellt eine Liste von Hauptseichtwassertiden und deren Zusammenhang mit den astronomischen Haupttiden dar. Einige Seichtwassertiden und astronomische Tiden weisen dieselben Winkelgeschwindigkeiten auf, wie z.B. MO_1 und K_1 , KQ_2 und N_2 , besitzen aber unterschiedliche nodale Korrekturen.

6.2 – Rahmenbedingungen der Analyse und Datenverarbeitungsstrategie

Ziel der Analyse ist es, die harmonischen Konstanten h_i und g_i aller Partialtiden zu berechnen, die auf den Wasserstand $h(t)$ eines Ortes einwirken, um für diesen Ort Vorausberechnungen zu ermitteln. Dafür wird die Formel [6.2] der Zeitreihe von beobachteten Paaren $h(t), t$ angenähert. Nach Bildung des Gleichungssystems erfolgt die Lösung durch Ausgleichsrechnung.

Es werden zuerst mit einem regelmäßigen zeitlichen Abstand Punkte der Zeitreihe selektiert. Zur Identifizierung aller Partialtiden, deren gezeitenbedingte Signalfrequenzen sich in der Beobachtungsreihe befinden, muss die Abtastrate dem Abtasttheorem folgen, bei dem die Taktfrequenz der Probenentnahme mehr als doppelt so hoch wie die höchste der in der Eingangsreihe enthaltenen Signalfrequenz sein muss (Nyquist-Frequenz). Angenommen, dass das Abtasttheorem erfüllt ist, stellt sich zusätzlich die Problematik ihrer Trennung bzw. Erkennung gemäß der Länge des Beobachtungszeitraums, der für die Durchführung des Analysenprozesses zur Verfügung steht.

Im Fall zweier Partialtiden benachbarter Geschwindigkeiten σ_i und σ_j , muss der Beobachtungszeitraum Δt - oder Zeitintervall - das Rayleigh-Kriterium

$$[6.9] \quad |\sigma_i - \sigma_j| > \frac{360}{\Delta t}$$

erfüllen, damit bei der Analyse diese beiden Komponenten getrennt werden können. Die Verletzung des Rayleigh-Kriteriums kann erhebliche Fehler bei der Bildung des Gleichungssystems sowie bei der Datenverarbeitung verursachen. Nach Simon [2013] kann allerdings der Prozess ohne Konsistenzschädigung des Gleichungssystems erfolgen, wenn das Zeitintervall Δt bis auf einen Multiplikator von 0,8 reduziert wird.

Wie im Abschnitt 3.3 erwähnt, stellt der Koeffizient m_1 die Art der Tide dar. Dieselben Paare von Koeffizienten m_1, m_2 bilden eine Gruppe und dieselben Dreiersätze m_1, m_2, m_3 eine Stammtide von Partialtiden. Die folgende Tabelle zeigt, im Zusammenhang mit den Geschwindigkeiten und Perioden der fundamentalen Argumente, die Länge des erforderlichen Beobachtungszeitraums, um gemäß der Werte der Koeffizienten m_1, \dots, m_5 die Partialtiden trennen zu können. Aufgrund der sehr langen Periode der auf der Ekliptik gemessenen Variation des Sonnenbahnperigäums q wird als Annäherung erster Ordnung diese Größe als Konstante betrachtet, sodass in der Praxis der maximale verwendete Zeitraum für die Analyse der Umlaufzeit des Mondbahnknotens um die Ekliptik (18,6 Jahre, auf 19 Jahren gerundet) entspricht. Wegen der nichtlinearen Tideninteraktionen kann allerdings eine größere Zeitspanne nötig sein: in Flachwassergebieten, die zahlreiche Seichtwassertiden generieren, kann der Analysenzeitraum 30 Jahre erreichen, um alle indizierten Partialtiden trennen zu können.

Kodierung mit unterschiedlichen	Fundamentale Geschwindigkeiten	Δt	$0,8 * \Delta t$
m_2 , gleicher m_1	\dot{s}	27,3 Tage	21,9 Tage
m_3 , gleicher m_1, m_2	\dot{h}	365 Tage	292 Tage
m_4 , gleicher m_1, m_2, m_3	\dot{p}	8,8 Jahre	7,1 Jahre
m_5 , gleicher m_1, m_2, m_3, m_4	\dot{N}'	18,6 Jahre	14,9 Jahre
m_6 , gleicher m_1, \dots, m_5	\dot{q}	20940 Jahre	

Tab. 6.1 – Trennungskriterien der Partialtiden nach Beobachtungszeitraum.

Für die im Kap. 7 dargestellte Erprobung des harmonischen Verfahrens werden ca. 700 Partialtiden (astronomische Tiden und Seichtwassertiden) verwendet, die aus der Liste von ca. 2000 Komponenten (Stammtiden mit Haupt- und Nebentiden) des Anhangs G ausgewählt wurden. Durch die große Anzahl dieser Komponenten können noch weitere Partialtiden bzw. Nebentiden für die Analyse berücksichtigt werden. Tab. 6.2 zeigt als Beispiel die aus dieser Liste definierte M_2 -Stammtide, die 17 Nebentiden enthält.

Geschwindigkeit (°/St.)	XDO
* 28.963331	BZZVYZZ
* 28.965537	BZZVZZZ
* 28.967972	BZZWYZZ
* 28.970179	BZZWZZZ
* 28.972385	BZZWAZZ
* 28.974821	BZZXZZZ
* 28.977027	BZZXAZZ
* 28.979691	BZZXZZZ
* 28.981898	BZZZYZB
** 28.984104	BZZZZZZ
* 28.986311	BZZAZZZ
* 28.988746	BZZAZZZ
* 28.990952	BZZAAZZ
* 28.993388	BZZBZZZ
* 28.995594	BZZBAZZ
* 28.998030	BZZCZZZ
* 29.000236	BZZCAZZ
* 29.002671	BZZDZZZ

Tab. 6.2 – M_2 -Stammtide nach Simon [2005]: ** Haupttide - * Nebentiden.

Zur Herstellung des Gleichungssystems wird die Formel [6.2] unter der Form

$$[6.10] \quad h(t) - z_0 = \sum_{i=1}^n h_i \cos(\sigma_i t + \varphi_i)$$

mit

$$\varphi_i = V_{0,i} - g_i$$

umgeschrieben, wo $h(t)$ der beobachtete Wasserstand ist, und wo σ_i und $V_{0,i}$ für jede Partialtide bekannt sind. Das mittlere Niveau z_0 , das keinen periodischen Gezeitenanteil enthält, wird nach anderen Verfahren bestimmt (siehe Abschnitt 7.1) und als Bekannte in die Formel [6.10] eingegeben. Nachstehend wird angenommen, dass das obengenannte Trennungskriterium erfüllt wird und dass das Gleichungssystem konsistent ist. Aufgrund der hohen Anzahl der für die Analyse berücksichtigten Partialtiden wird das Zurückgreifen auf die nodalen Korrekturen unnötig.

Nach Linearisierung der Formel [6.10] bildet sich das Gleichungssystem. Die Unbekannten h_i und φ_i bzw. die harmonischen Konstanten h_i und g_i werden nach Ausgleichsrechnung mit dem Verfahren der kleinsten Quadrate berechnet (Anhang B – Abschnitte B.2 u. B.3).

Zur Hervorhebung aller Signalfrequenzen, die sich im Gezeitenspektrum befinden, wird eine Spektraldarstellung der Eingangszeitreihe durch eine Fourier-Transformation ihrer Autokovarianz vorgenommen. Die Bestimmung des Leistungsspektrums wird bei der praktischen Auswertung von endlichen Zeitreihen verfälscht, da die Summierung über ein endliches Intervall ausgeführt wird. Um die Verfälschung zu minimieren und ein empirisches Leistungsspektrum zu ermitteln, werden Fensterfunktionen verwendet. Diese werden ausführlich in der Literatur beschrieben, u.a. Chatfield [1982]. Es wird hier eine Fast Fourier Transform (FFT) verwendet, um die Zeitreihe in ein Frequenzspektrum umzuwandeln. Eine wichtige Eigenschaft dieser Transformation stellt das Äquivalenzprinzip dar, bei dem das Frequenzspektrum und die Zeitreihe dieselben Informationen enthalten.

Abb. 6.1 zeigt die Spektraldarstellung des Wasserstands, der an der Pegelstation Cuxhaven von 1993 bis 2015 beobachtet wurde. Trotz des Rauscheinflusses unterscheiden sich die Spektrallinien jeder Tidenart von den eintägigen bis zu den zwölfteltägigen deutlich.

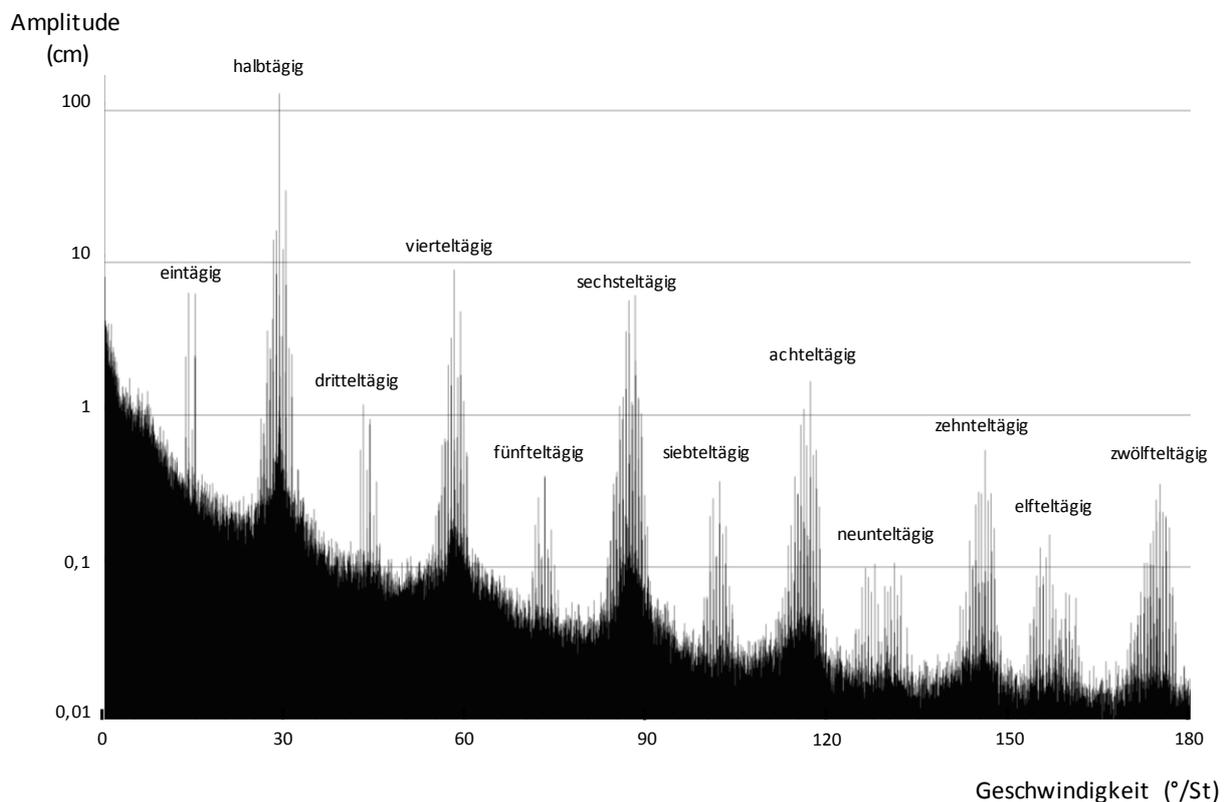


Abb. 6.1 – Cuxhaven (1993 - 2015) - Spektraldarstellung des Wasserstands und Tidenartfrequenzen.

Angesichts der Gezeiten sind nur die Antwortfrequenzen der obengenannten Tidenarten von Bedeutung. Die dazwischenliegenden Signale (Rauschen) stammen aus anderen Faktoren (meisten aus der Meteorologie) und sind hier nicht von Interesse. Zur Lösung des nach der Formel [6.10] gebildeten Gleichungssystems, bei dem wie oben erwähnt eine Anzahl n von ca. 700 Partialtiden betroffen sind, muss beachtet werden, dass wegen der unbekanntenen Phase und Amplitude jeder Partialtide $2n$ Werte zu bestimmen sind und dass die normalisierte Endmatrix $4n^2$ Glieder besitzt. Durch diese große Anzahl von Daten kann sich durch die Iterationsschleifen die erwartete Genauigkeit der Endergebnisse

verringern, wenn alle Unbekannten in einem einzigen Lösungsprozess berücksichtigt werden. Dieser Nachteil besteht ebenso bei der Bildung der normalisierten Endmatrix durch die Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate, insbesondere bei der Verarbeitung kontinuierlicher Zeitreihen mit zahlreichen Daten, die einen längeren Beobachtungszeitraum (19 Jahre) vorlegen.

Durch das obengenannte Äquivalenzprinzip stellt eine selektive Frequenzfilterung der Beobachtungsreihe nach Tidenarten eine bessere Alternative dar (Simon [2013]). Nach inverser Fourier-Transformation werden gefilterte Zeitreihen erzeugt, die je nur die Signale einer ausgewählten Tidenart enthalten und die sukzessiv harmonisch analysiert werden können. Diese Option hat den Vorteil, dass bei jeder Analyse die Anzahl der Unbekannten erheblich reduziert wird. Sie kann außerdem ohne Genauigkeitsverlust mit Rechnern mittlerer Leistungskapazität (PC) angewandt werden und wurde im nachfolgenden Kapitel übernommen.

7 – Erprobung des harmonischen Verfahrens im Bereich der Deutschen Bucht

7.1 - Datenverarbeitung

Um die Trennung aller Partialtiden sowie die Konsistenz der Gleichungssysteme zu gewährleisten, bezieht sich der minimale verwendete Analysenzeitraum auf die Periode des aufsteigenden Mondbahnknotens (18,6 Jahre). Da für die Deutschen Pegelstationen der Nordseeküste die automatische Übertragung (in Minutentakt) der Wasserstandsdaten 1998 begann und vorher nur die Hoch- und Niedrigwasserdaten bereitgestellt wurden, stehen vor diesem Datum wenige oder unvollständige kontinuierliche Zeitreihen zur Verfügung.

Für die folgenden vier Stationen (Cuxhaven, Borkum, St. Pauli, Helgoland) wurden Zeitreihen in Stundentakt wiederhergestellt, die teilweise aus manueller Digitalisierung von Pegelbogenkurven entstanden. Der Beobachtungszeitraum von Cuxhaven beträgt 23 Jahre, 20 Jahre für St. Pauli und 19 Jahre für Borkum und Helgoland. Diese Zeitreihen dienen als Eingangsdaten zur Erprobung des harmonischen Verfahrens.

Cuxhaven: 1993 – 2015 (23 Jahre) – Küstenpegel (Elbemündung)

Borkum: 1993 – 2011 (19 Jahre) – Küstenpegel

St. Pauli: 1996 – 2015 (20 Jahre) – Flusspegel mit kurzer Steigzeit

Helgoland: 1956 – 1974 (19 Jahre) – Nordseepegel mit sinusähnlichem Verlauf

Die harmonischen Konstanten dieser vier Stationen wurden ermittelt, um jährliche Zeitreihen von Vorausberechnungen zu erzeugen. Da in der Praxis die übliche Prozedur zur Bewertung jedes Modellierungsverfahrens aus dem Vergleich der Ausgangsdaten mit den zu modellierenden Daten besteht, wurden für bestimmte Kalenderjahre die Vorausberechnungen mit den Beobachtungen verglichen. Dies erfolgte durch die Analyse der Unterschiede in Zeiten und Höhen zwischen den entsprechenden Daten beider Zeitreihen. Als Testgrößen wurden die Standardabweichung und der systematische Anteil berechnet. Da die Beobachtungen nicht nur einen Gezeiten-, sondern auch einen Stauanteil enthalten, sind die Höhendaten beider Zeitreihen nicht direkt vergleichbar, weil ihre Differenzbildung dem Stauanteil entspricht. Dies beeinträchtigt jedoch nicht die Gültigkeit des Bewertungsverfahrens mit Hilfe der oben genannten Testgrößen.

Es werden nachfolgend nur die Hoch- und Niedrigwasser berücksichtigt, um das Verfahren der Darstellung der Ungleichheiten ebenfalls in die Vergleichsanalyse zu integrieren. Die entsprechenden Daten beziehen sich auf die Grunddateien der vorausberechneten Hoch- und Niedrigwasser, die im BSH zur Herstellung der amtlichen Deutschen Gezeitentafeln benutzt wurden. Sie entstehen mit Hilfe einer 19-jährigen Analyse:

- aus der Bestimmung der vier mittleren Ungleichheiten in Höhen und Zeiten: mittleres Hochwasser, mittleres Niedrigwasser, mittleres Hochwasserintervall, mittleres Niedrigwasserintervall nach der Synthese des Kap. 4,
- aus der Berechnung der Amplituden und Phasen der harmonischen Glieder des Anhangs D (Kap. 5).

Vor der Durchführung der harmonischen Analyse muss zunächst jede Beobachtungsreihe von ihrem systematischen Anteil befreit werden, der der langfristigen Änderung im Mittel des Wasserstands entspricht. Den mittleren Wasserstand stellt die Größe z_0 in der Formel [6.2] dar. Da er nicht von den Gezeiten herrührt, ist er für die Bestimmung der harmonischen Konstanten ohne Bedeutung. Zwei Verfahren dienen prinzipiell der Annäherung der systematischen Änderung einer Zeitreihe: die Anpassung von Kurven und die Filterungsmethoden (Chatfield [1982]). Als Annäherung erster Ordnung wird hier der mittlere Wasserstand jeder Beobachtungsreihe als Durchschnitt der in Stundentakt gespeicherten Höhen betrachtet.

Nach der Beseitigung von z_0 muss die Restreihe die Stationaritätskriterien erfüllen. Es wird hier nur nach der schwachen Stationarität gesucht, bei der der Mittelwert und die Varianz der Restreihe als konstant angesehen werden können (Pelzer [1980]). Danach sollten nur die periodischen Signale der mittelfristigen meteorologischen Anteile sowie der Gezeiten übrig bleiben. Abb. 7.1 zeigt als Beispiel die jährlichen Änderungen von z_0 von 1989 bis 2007 für Cuxhaven. Die maximale Abweichung erreicht ca. 25 cm.

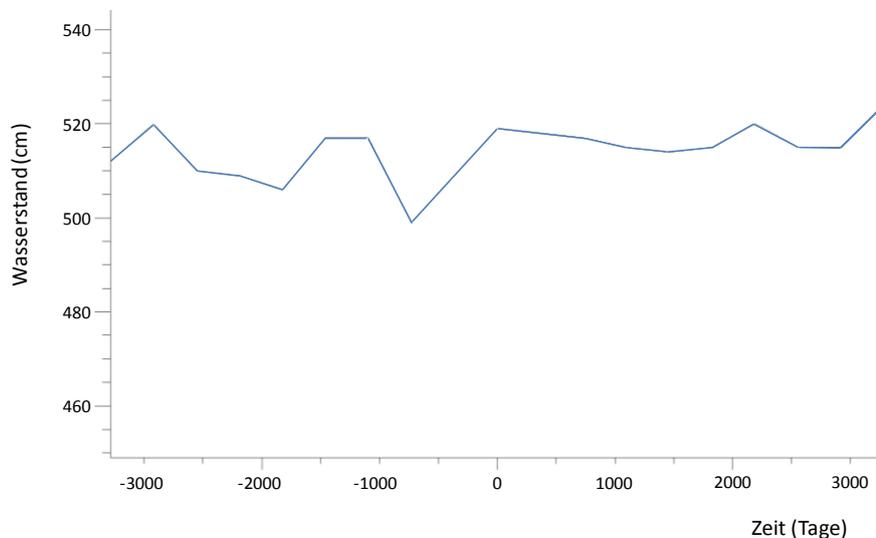


Abb. 7.1 - Cuxhaven, jährliche Variationen von z_0 (1989 – 2007).

Wie in Kap. 6 erwähnt, wird für jede Pegelstation die harmonische Analyse nach Tidenart durchgeführt, um die Anzahl der Unbekannten zu reduzieren. Dazu werden die Beobachtungsreihen sukzessiv nach den Werten der Tab. 7.1 gefiltert. Es werden Bandpassfilter benutzt, die bestimmte Frequenzen innerhalb des Spektrums durchlassen. Die Filterung erfolgt durch eine diskrete Fourier-Transformation mit einer Hamming-Fensterfunktion. Daraus ergeben sich Zeitreihen, die jede nur die Signale einer Tidenart enthält. Die Berechnung der harmonischen Konstanten erfolgt anschließend ohne Verwendung von nodalen Korrekturen nach harmonischer Analyse der gefilterten Zeitreihen. Tab. 7.1 stellt für jede Tidenart die Anzahl der dafür berücksichtigten Partialtiden dar. Bei der Verarbeitung wurden die elfteltägigen Tiden, die hier zwei Partialtiden vorlegen, zu den zwölfteltägigen Tiden hinzugefügt. Nach den Ansätzen der Zeitreihenanalyse werden vor der Lösung des Gleichungssystems die Zeitdaten jeder Zeitreihe zentriert, sodass der Zeitpunkt $t = 0$ sich in der Mitte des Zeitintervalls $\Delta t = t_2 - t_1$ (t_1, t_2 : Anfang- bzw. Endzeit der Zeitreihe) befindet.

Tidenart	Niedrige Frequenz (Geschw. °/St.)	Hohe Frequenz (Geschw. °/St.)	Partialtiden
Lange Perioden	0,0	3,0	63
Eintägig	11,5	17,5	94
Halbtägig	24,0	34,0	121
Dritteltägig	40,0	47,0	45
Vierteltägig	53,5	62,5	45
Fünfteltägig	67,5	76,5	44
Sechsteltägig	81,5	92,5	59
Siebteltägig	98,0	106,0	45
Achteltägig	112,0	121,0	52
Neunteltägig	124,0	133,0	8
Zehnteltägig	141,0	150,0	41
Elfteltägig	158,0	162,0	2
Zwölfteägig	169,0	179,0	66

Tab. 7.1 – Frequenzbänder (in °/St. umgewandelt) der Filterung und Anzahl von Partialtiden (685).

Die Abbildungen 7.2 und 7.3 zeigen vor und nach der Filterung die Spektren der halbtägigen Tiden, die aus den Wasserständen von Cuxhaven (1993 bis 2015) ermittelt wurden. Abb. 7.3 zeigt das Ergebnis der Passbandfilterung gemäß der entsprechenden Winkelgeschwindigkeiten der Tab. 7.1 (24 - 34 °/St.). Innerhalb der Bandbreite sind die beiden Spektren identisch, außerhalb der Bandbreite ergibt die gefilterte Restreihe keine Signale mehr. Das Rauschen erreicht eine niedrige Amplitude (ca. 1 mm). Es stammt prinzipiell aus den mittelfristigen periodischen meteorologischen Effekten und betrifft das ganze Spektrum.

Die Anwesenheit und der Einfluss der Seichtwassertiden inmitten aller Signale des Frequenzspektrums kann durch ihre Spektraldarstellung hervorgehoben werden. Ihre Anzahl erhöht sich mit der Verringerung der Wassertiefe, insbesondere für die Tiden höherer Winkelgeschwindigkeit und nimmt in Küstenbereichen zu. Die Spektralanalysen von Wasserständen verschiedener Pegelstationen können für dieselben Tidenarten je nach topographischer Konfiguration unterschiedliche Darstellungen aufweisen. Während sich Helgoland und in gewissem Maße Borkum an der offenen See befinden, liegt die Pegelstation Cuxhaven in einem Mündungsbereich und St. Pauli inmitten eines Flussgebiets. Die Abb. 7.4 und 7.5 stellen für Cuxhaven und St. Pauli die Frequenzspektren der zwölfteägigen Tiden dar, die in St. Pauli höhere Amplituden als in Cuxhaven zeigen, wie auch für das Rauschen. Für diese Tidenart werden in der Analyse die 66 Partialtiden der Tab. 7.1 berücksichtigt.

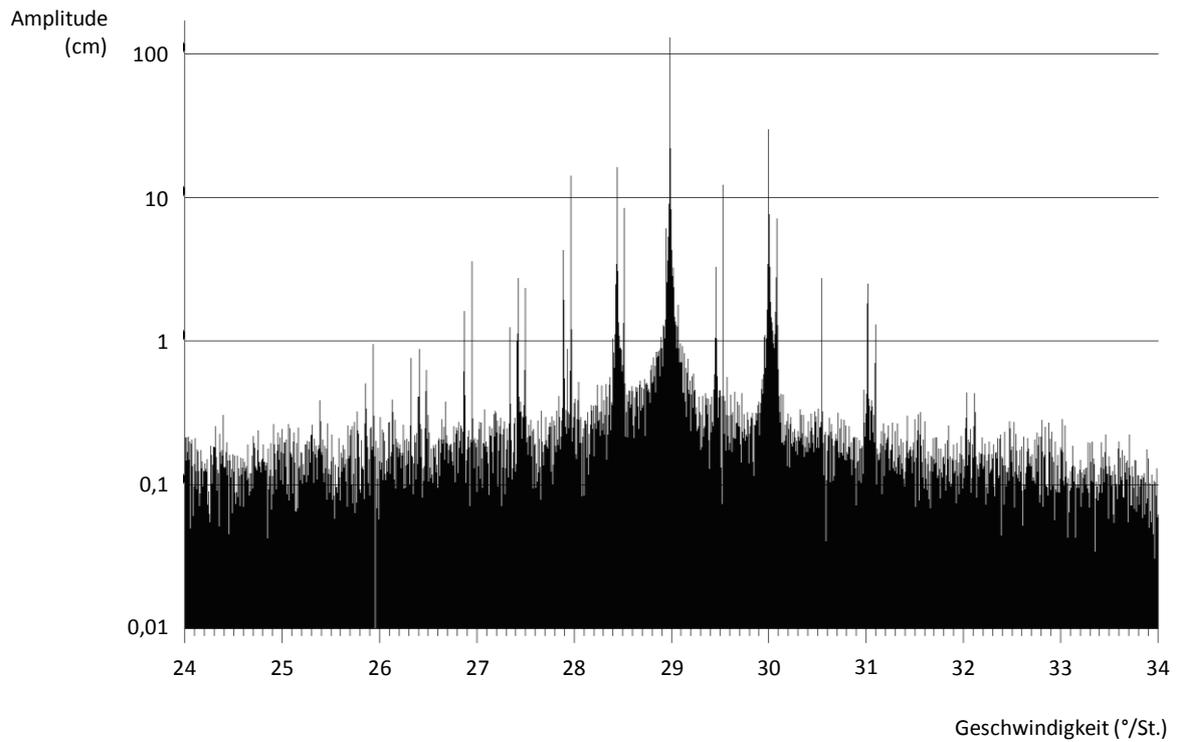


Abb. 7.2 – Cuxhaven (1993-2015), halbtägige Tiden – Spektralanalyse vor Filterung.

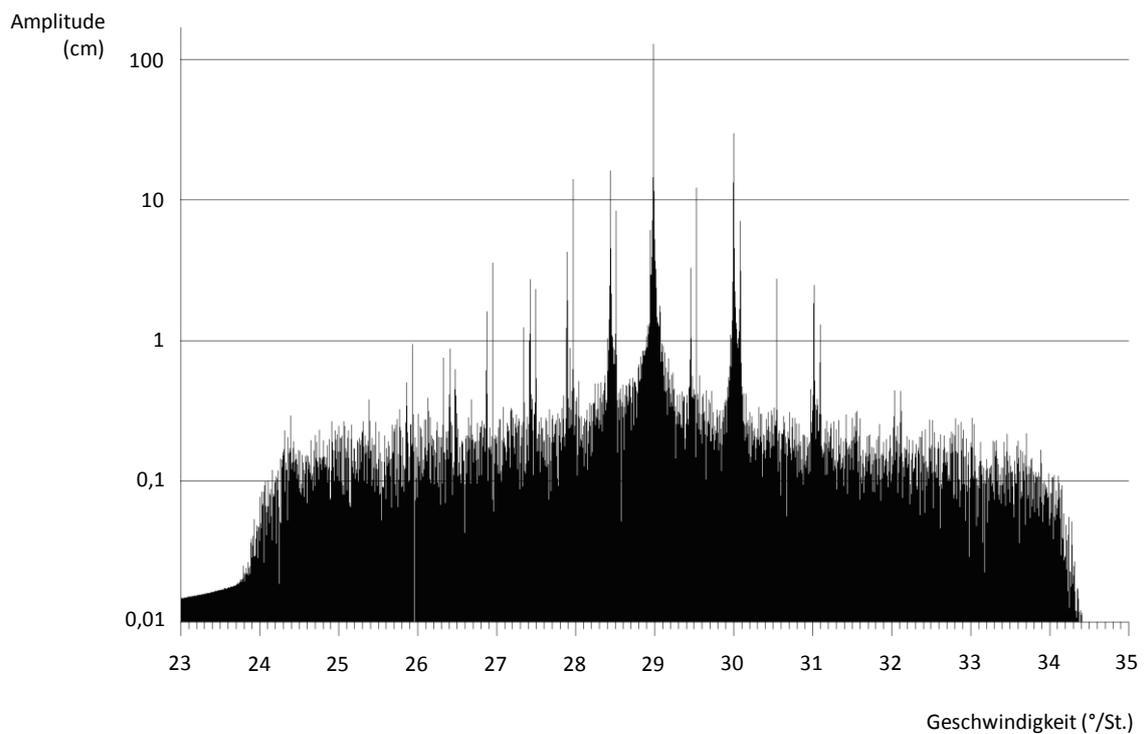


Abb. 7.3 – Cuxhaven (1993-2015), halbtägige Tiden – Spektralanalyse nach Filterung.

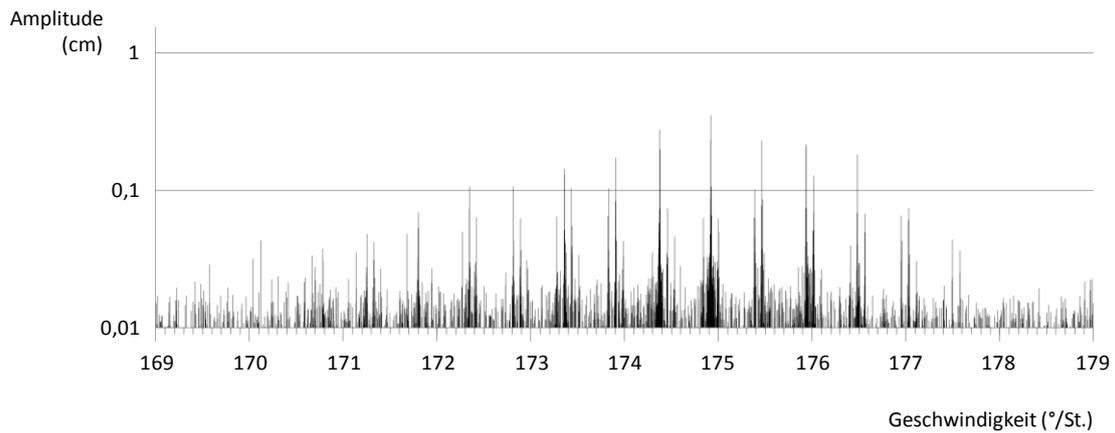


Abb. 7.4 – Cuxhaven (1993-2015), Zwölfeltägige Tiden

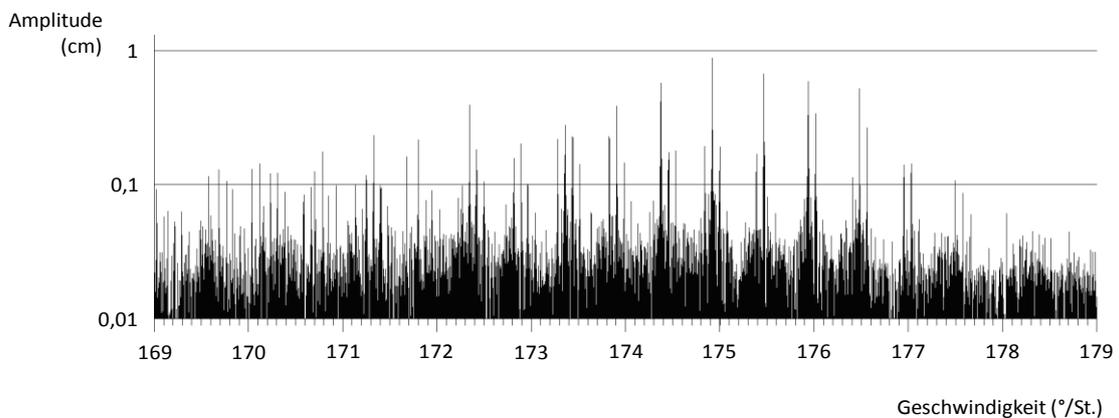


Abb. 7.5 – St. Pauli (1996-2015), Zwölfeltägige Tiden.

Nach Filterung der Beobachtungsreihen ergeben sich anhand der harmonischen Analyse der Ausgangsdateien die harmonischen Konstanten der vier Pegelstationen. Das Verfahren wird entsprechend der Formelansätze des Anhangs B durchgeführt. Wie oben erwähnt, werden für diese Pegelstationen und für bestimmte Kalenderjahre Vorausberechnungen erzeugt, die mit den Beobachtungen verglichen werden. Die z_0 -Werte der vorausberechneten Reihen beziehen sich auf den mittleren Wasserstand der entsprechenden Beobachtungen.

Aus den Reihen der Hoch- und Niedrigwasserunterschiede, die aus Differenzbildung zwischen den Vorausberechnungen und Beobachtungen ermittelt wurden, werden die Testgrößen in Höhe und Zeit berechnet: die empirische Standard-Abweichung und der Mittelwert (oder systematische Abweichung). Derselbe Prozess wird ebenfalls für die Vorausberechnungen angewandt, die nach dem Verfahren der Darstellung der Ungleichheiten erzeugt wurden.

7.2 Ergebnisse und Schlussfolgerung

Die bedeutendste Testgröße stellt die Standardabweichung dar, die dem Streuungsmaß der diskreten Zeitreihen entspricht. Je niedriger der Wert ist, desto näher kommen die Vorausberechnungen an die beobachteten Daten heran. Der Zeitraum der Vergleichsanalyse beträgt 15 Jahre für Cuxhaven und Borkum, 7 Jahre für St. Pauli und 5 Jahre für Helgoland. Die Daten, die mit schweren Wetterbedingungen verbunden sind (Sturmfluten), wurden nicht berücksichtigt. Die folgenden Abbildungen legen die Testgrößen in graphischer Form vor. Die Abkürzungen *HAR* und *DU* beziehen sich auf das Verfahren der harmonischen Analyse bzw. der Darstellung der Ungleichheiten, und *BEO* auf die Beobachtungen. Die sämtlichen Ergebnisse befinden sich im Anhang F.

Die Abb. 7.7 bis 7.10 zeigen die Standardabweichungen der Höhenunterschiede für die vier Stationen. Sie umfassen Werte von ca. 20 bis 50 cm, die dem starken Einfluss meteorologischer Faktoren entsprechen. Innerhalb des Beobachtungszeitraums erreicht die maximale Änderung der jährlichen Standardabweichungen ca. 10 cm. Im Allgemeinen (bis auf die Höhenunterschiede von St. Pauli) ist die Streuung bei Niedrigwasser höher als bei Hochwasser. Dies wird mit den unterschiedlichen Steig- und Falldauern korreliert, die von der Topographie verursacht werden. Beide Methoden zeigen kohärente und ähnliche Ergebnisse, die sich nur durch einige cm voneinander unterscheiden, mit einem kleinen Vorsprung für das harmonische Verfahren. Dies gilt nicht nur für die Pegelstationen von Helgoland und Borkum, die sich an offener See befinden, sondern auch für Cuxhaven und insbesondere für St. Pauli, die dem Einfluss zahlreicher Seichtwassertiden unterliegen.

Abb. 7.11 bis 7.14 stellen die Standardabweichungen der Eintrittszeitunterschiede dar, die die 15 Minuten-Grenze nicht überschreiten. Beide Verfahren zeigen praktisch die gleichen Werte bei Hoch- oder Niedrigwasser, deren Unterschiede kürzer sind als eine Minute. Die maximale Spanne der Abweichungsreihen beträgt ca. 6 Min. Diese geringen und stabilen Werte erklären sich durch die Graphiken der Abb. 4.5, die sich auf die Analyse der Hoch- und Niedrigwasserintervalle von Cuxhaven beziehen. Die Zeitintervalle weisen eine deutlich geringere Streuung auf als die der Wasserstände und nähern sich genauer an die Fourier-Kurven an. Dies bedeutet, dass die Zeitintervalle bzw. die Eintrittszeiten weniger von den wetterbedingten Störungen als die Höhen betroffen sind.

Die Mittelwerte der Höhen- und Eintrittszeitunterschiede werden nur als zusätzliche und informative Größen in den Abb. 7.15 bis 7.22 angegeben. Beide Vorausberechnungsmethoden beziehen sich auf unterschiedliche Bezugsniveaus. Für das harmonische Verfahren wird nur der mittlere Wasserstand betrachtet, bei der Darstellung der Ungleichheiten werden die vier im Abschnitt 7.1 genannten mittleren Ungleichheiten in Höhen und Zeiten berücksichtigt. Sie entstehen nicht aus Durchschnittswerten, sondern beziehen sich auf die konstanten Glieder der entsprechenden Fourier-Reihen (Kap. 4). Für die Höhenunterschiede befinden sich die Ergebnisse des harmonischen Verfahrens praktisch im Nullbereich (bis auf die Abweichungen der Niedrigwasserunterschiede von St. Pauli). Bei der Darstellung der Ungleichheiten sind die Werte unterschiedlich, ihre maximale Änderung erreicht ca. 15 cm (Helgoland, Cuxhaven). Für die Zeitunterschiede ergeben beide Methoden Abweichungen von einigen Minuten, wobei sich die Ergebnisse des harmonischen Verfahrens allerdings mehr dem Nullbereich nähern.

Als Schlussfolgerung wird am Beispiel der Datenauswertung der vier obengenannten Pegelstationen und der entsprechenden Vergleichsanalyse der Hoch- und Niedrigwasser bestätigt, dass die in dieser Untersuchung beschriebene harmonische Methode ähnlich präzise Ergebnisse wie das Verfahren der Darstellung der Ungleichheiten liefert. Der entscheidende Faktor dafür ist, dass für die Durchführung

der harmonischen Analyse eine ausreichende Anzahl von Partialtiden (und deren Nebentiden) jeder Tidenart definiert und bereitgestellt werden müssen, die den Zugriff auf nodale Korrekturen unnötig machen und die Wirkung der in Flachwassergebieten erzeugten zahlreichen nichtlinearen Interaktionen realistisch darstellen können. Aufgrund der begrenzten Leistung der vorherigen EDV-Prozesse, die in den letzten Dekaden die aktuellen IT-Standards nicht erreichte, blieb diese Möglichkeit ausgeschlossen. Dies erklärt die unbefriedigenden Ergebnisse der bisher im DHI erprobten harmonischen Verfahren, die nodale Korrekturen einsetzen, da diese Korrekturen einerseits auf eine beschränkte Anzahl von Seichtwassertiden angewandt wurden und andererseits vom Entwicklungsgrad des Potentials abhängen. Als Beispiel dazu gibt die Tab. 7.2 die Stammtide der Haupttide M_2 (XDO: BZZZZZZ) und deren vier Nebentiden aus der Liste des Anhangs C an, die sich auf eine frühere Entwicklung des Gezeitenpotentials bezieht und zur Herstellung der Korrekturtafeln (DHI [1967]) verwendet wurde.

Tiden	XDO
M_2	BZZZZZZ
Nebentide 1	BZZZXZZ
Nebentide 2	BZZZY'ZB
Nebentide 3	BZZBZZZ
Nebentide 4	BZZBAZZ

Tab. 7.2 – Haupt- und Nebentiden der M_2 -Stammtide, DHI (1967).

Im Vergleich enthält die für die hier erprobte harmonische Analyse benutzte M_2 -Stammtide die 17 Nebentiden der Tab. 6.2, deren Amplituden und Geschwindigkeiten in Abb. 7.6 dargestellt werden.

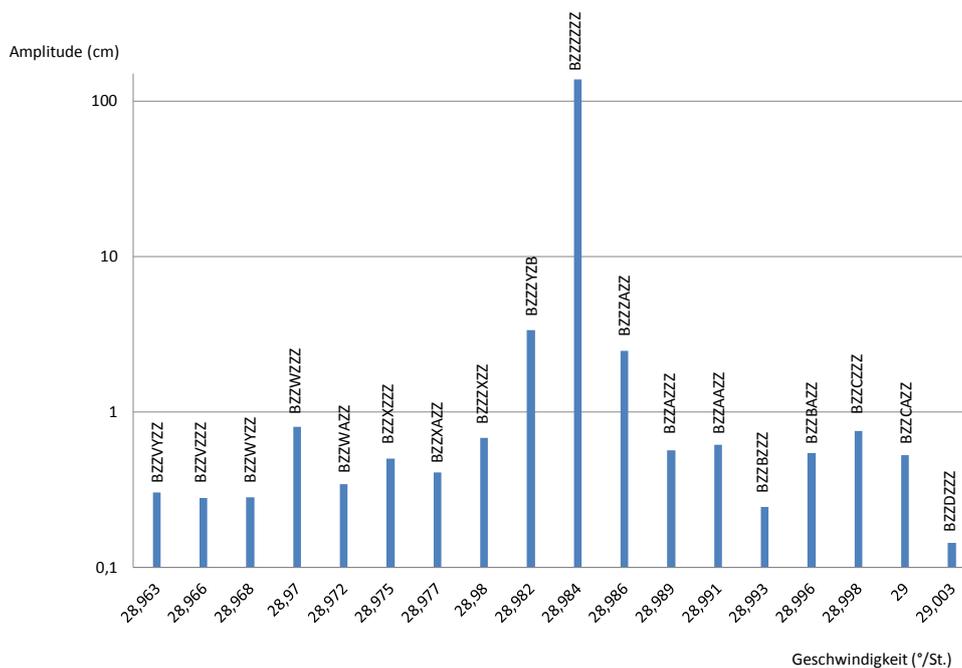


Abb. 7.6 - M_2 -Stammtide (Cuxhaven): Amplituden und Geschwindigkeiten (Analysenzeitraum: 2001- 2015).

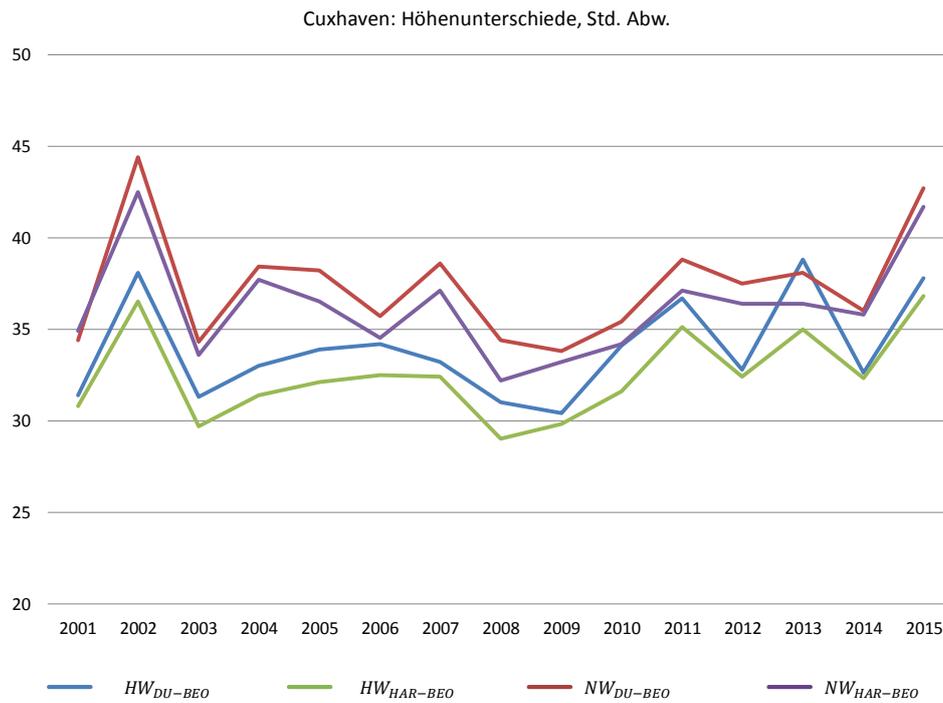


Abb. 7.7 – Cuxhaven, Standardabweichungen der Höhenunterschiede (cm).

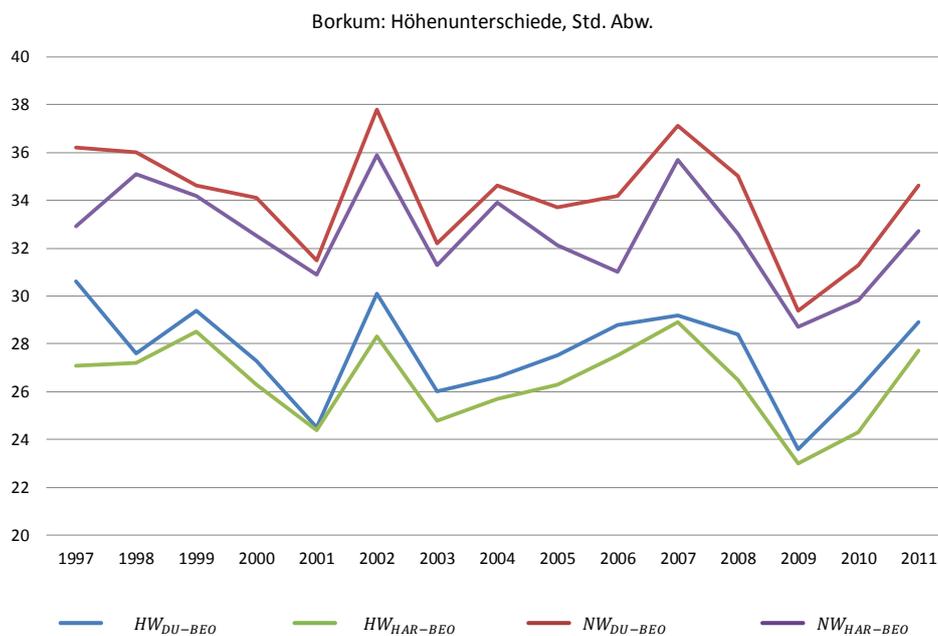


Abb. 7.8 – Borkum, Standardabweichungen der Höhenunterschiede (cm).

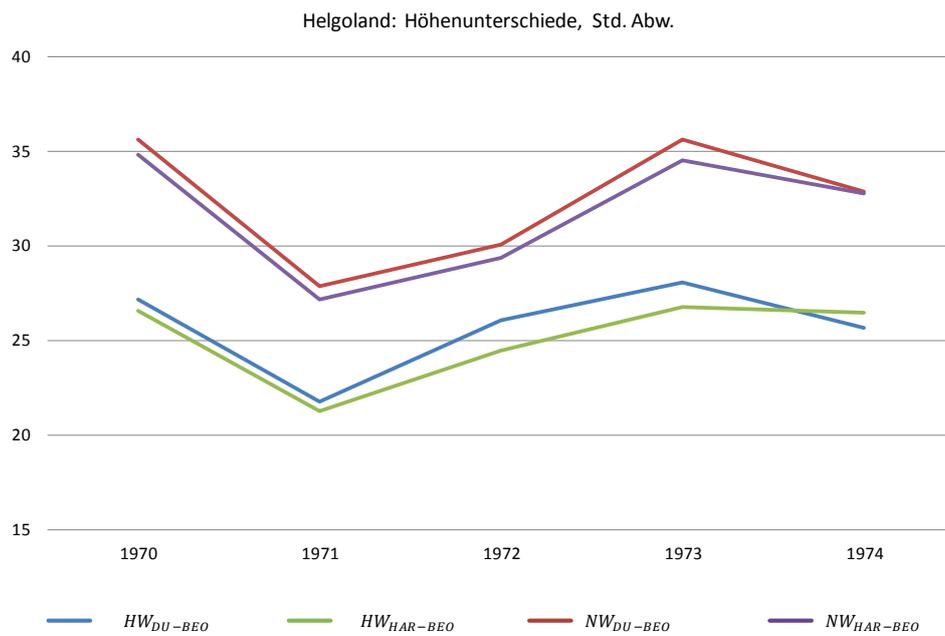


Abb. 7.9 – Helgoland, Standardabweichungen der Höhenunterschiede (cm).

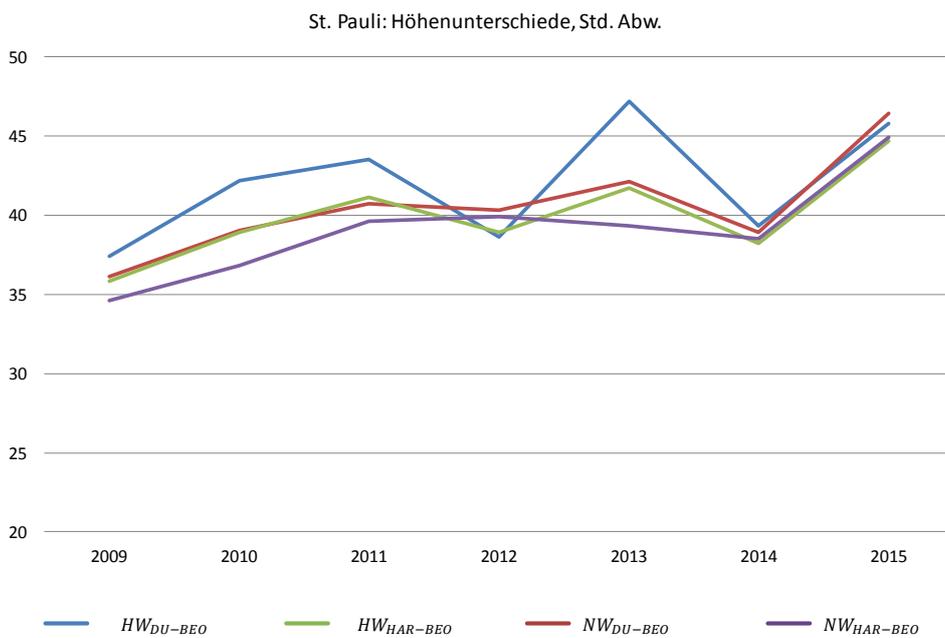


Abb. 7.10 – St. Pauli, Standardabweichungen der Höhenunterschiede (cm).

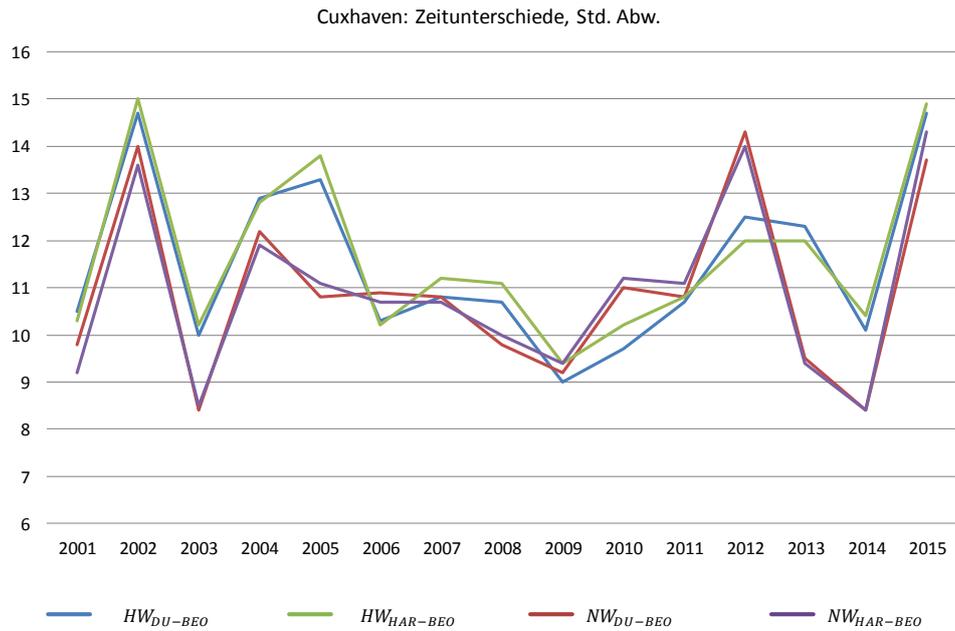


Abb. 7.11 – Cuxhaven, Standardabweichungen der Zeitunterschiede (min).

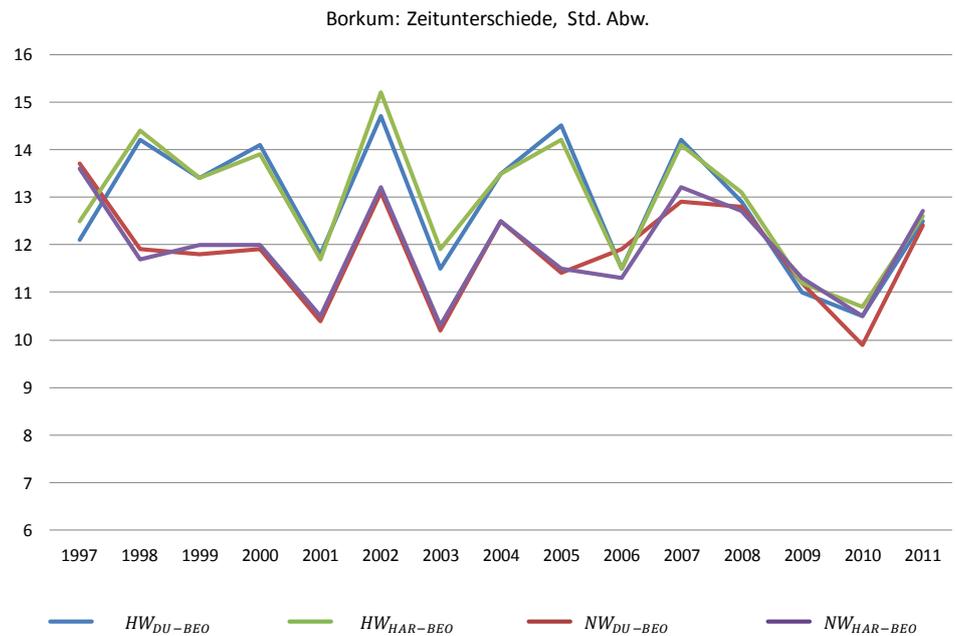


Abb. 7.12 – Borkum, Standardabweichungen der Zeitunterschiede (min).

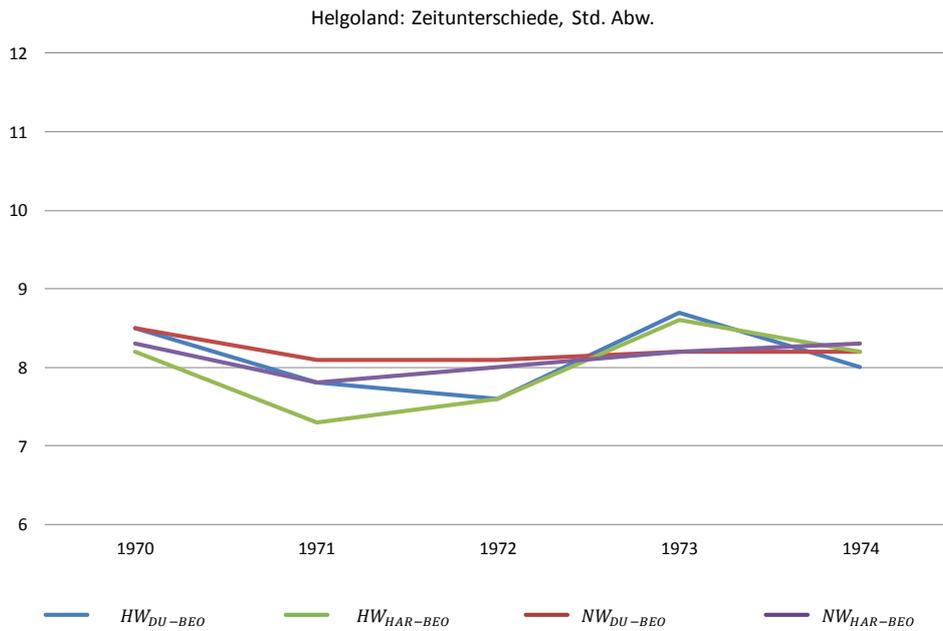


Abb. 7.13 – Helgoland, Standardabweichungen der Zeitunterschiede (min).

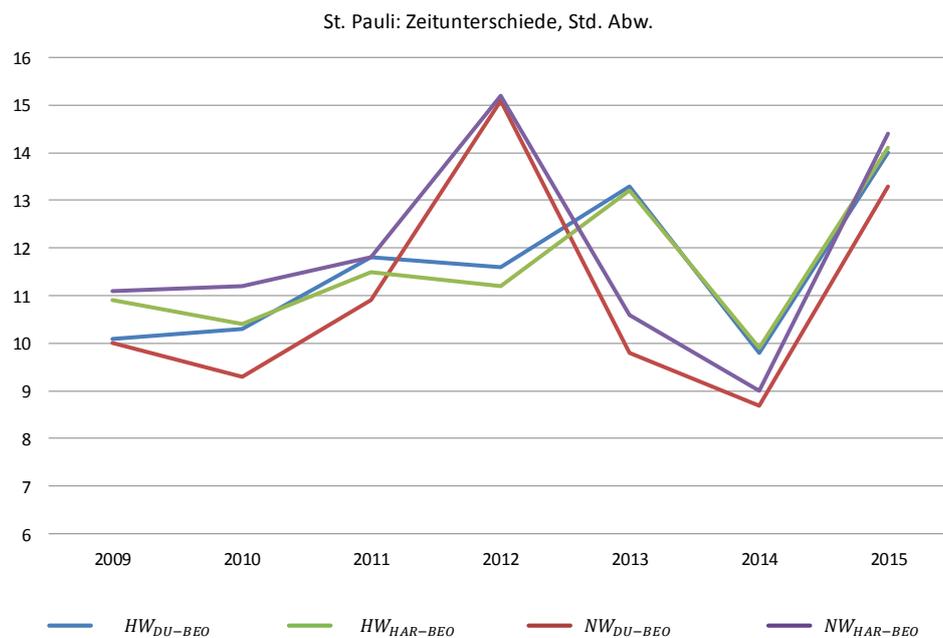


Abb. 7.14 – St. Pauli, Standardabweichungen der Zeitunterschiede (min).

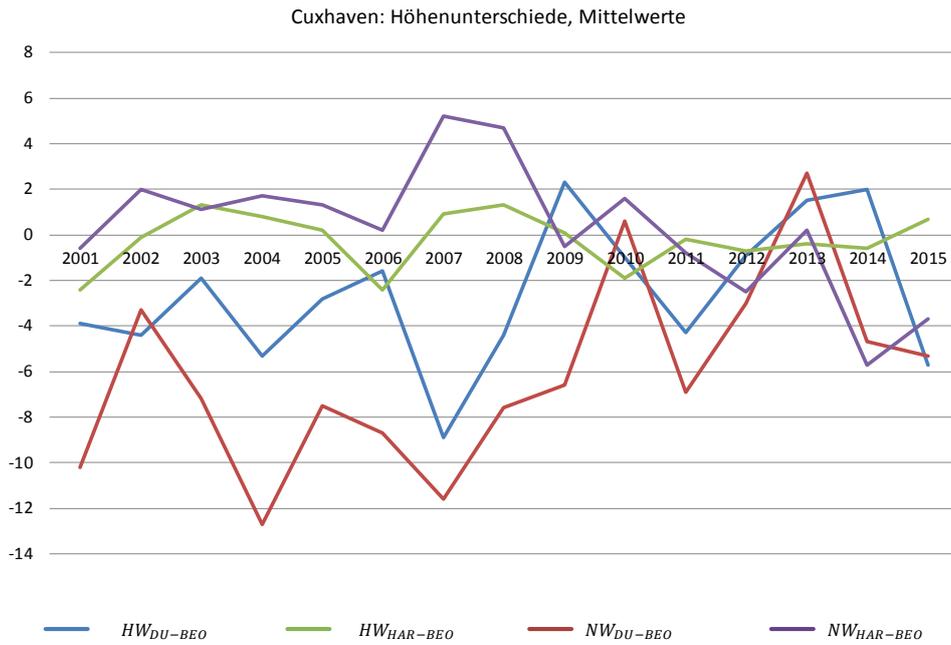


Abb. 7.15 – Cuxhaven, Mittelwerte der Höhenunterschiede (cm).

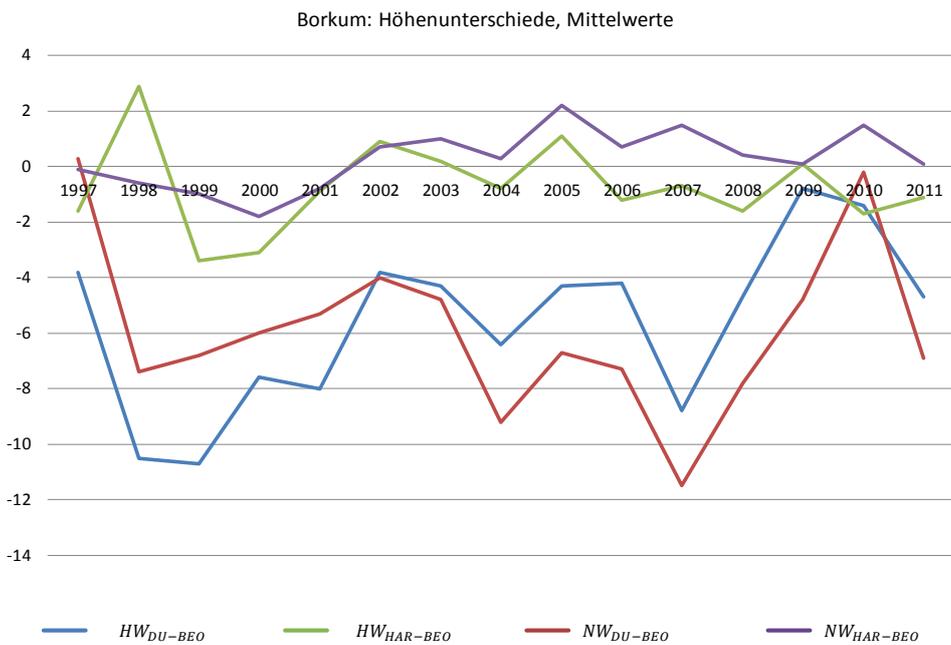


Abb. 7.16 – Borkum, Mittelwerte der Höhenunterschiede (cm).

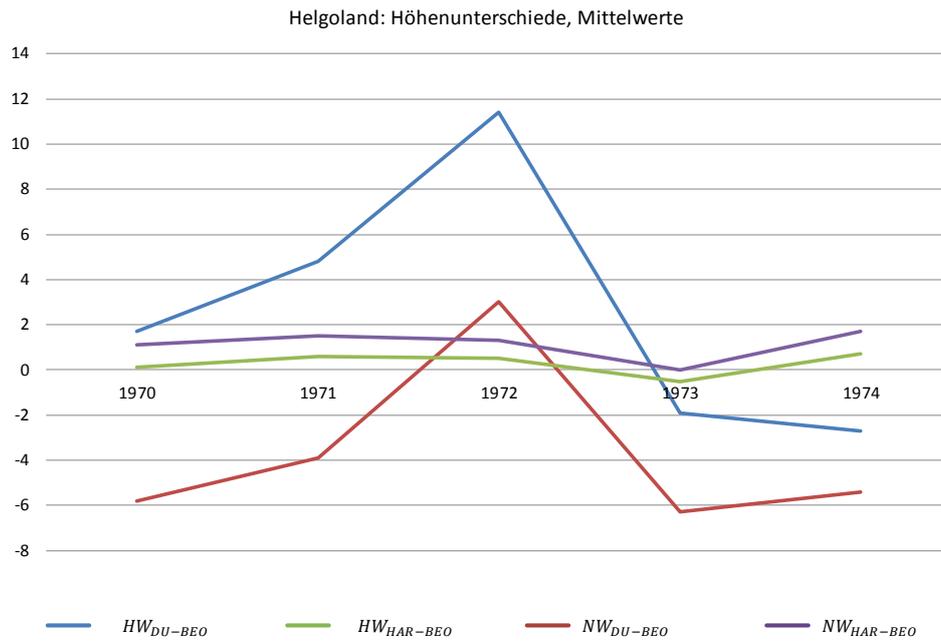


Abb. 7.17 – Helgoland, Mittelwerte der Höhenunterschiede (cm).

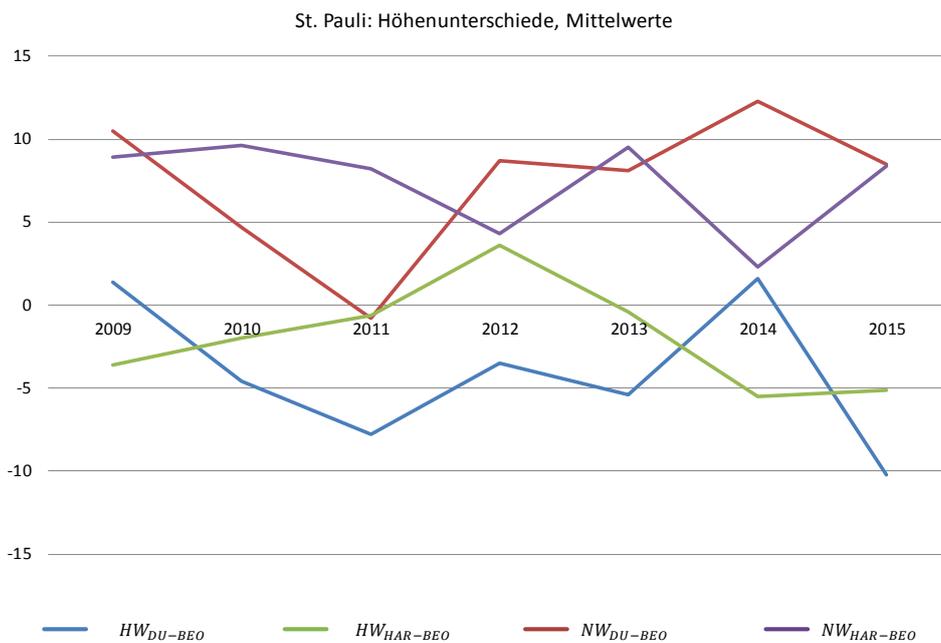


Abb. 7.18 – St. Pauli, Mittelwerte der Höhenunterschiede (cm).

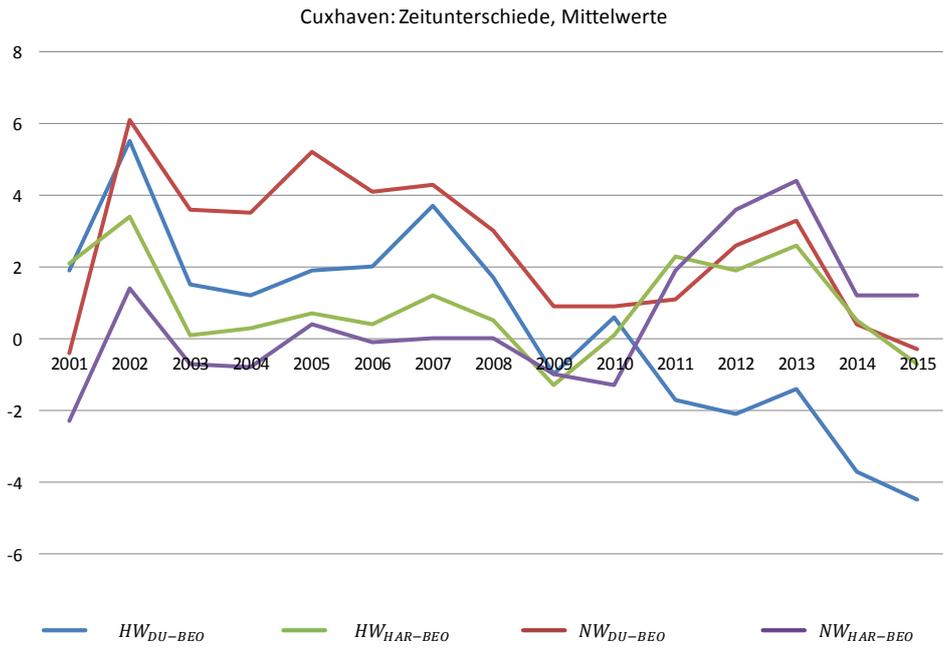


Abb. 7.19 – Cuxhaven, Mittelwerte der Zeitunterschiede (cm).

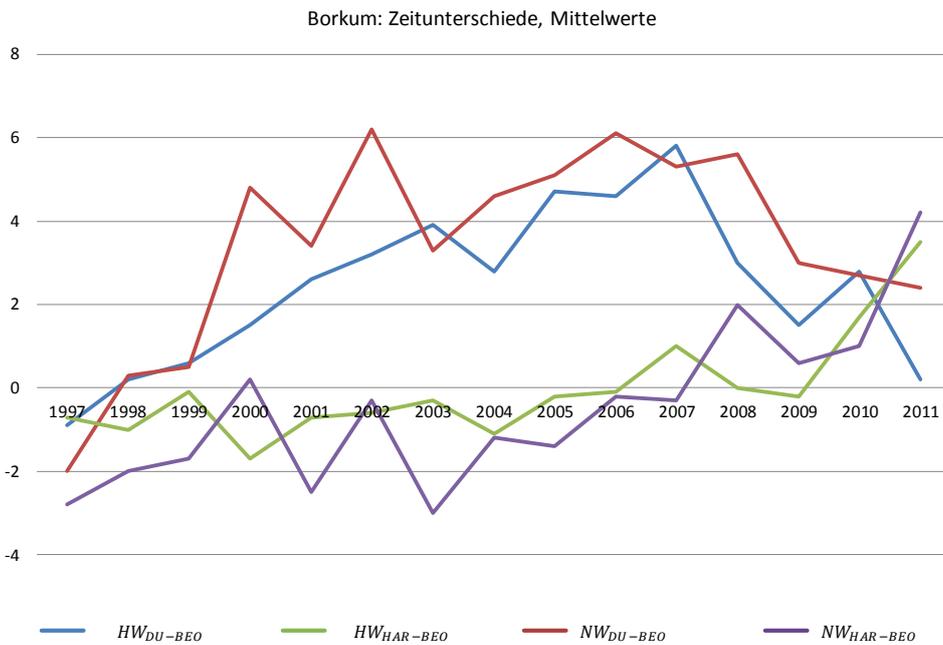


Abb. 7.20 – Borkum, Mittelwerte der Zeitunterschiede (cm).

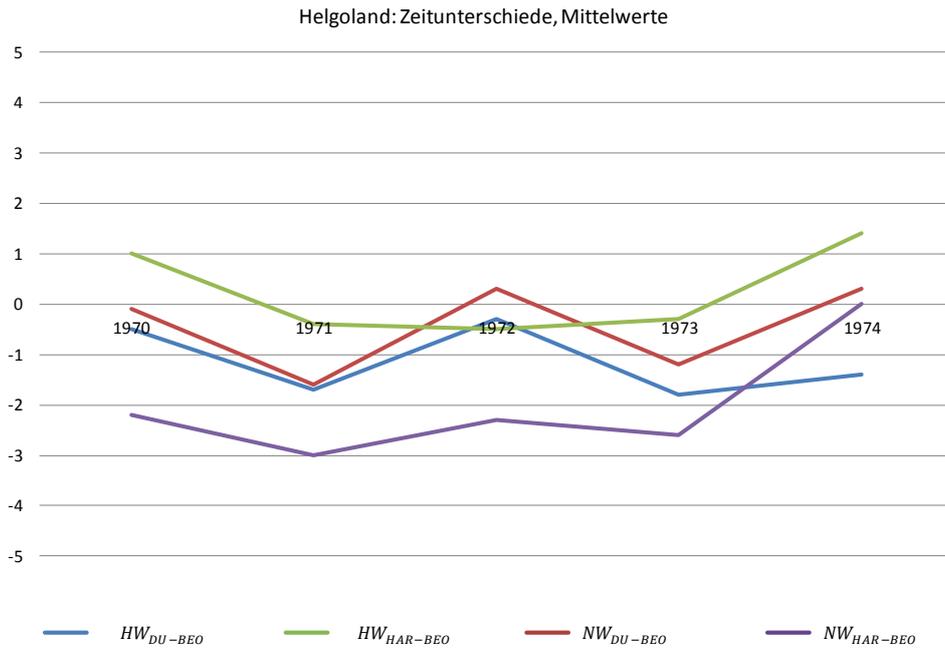


Abb. 7.21 – Helgoland, Mittelwerte der Zeitunterschiede (cm).

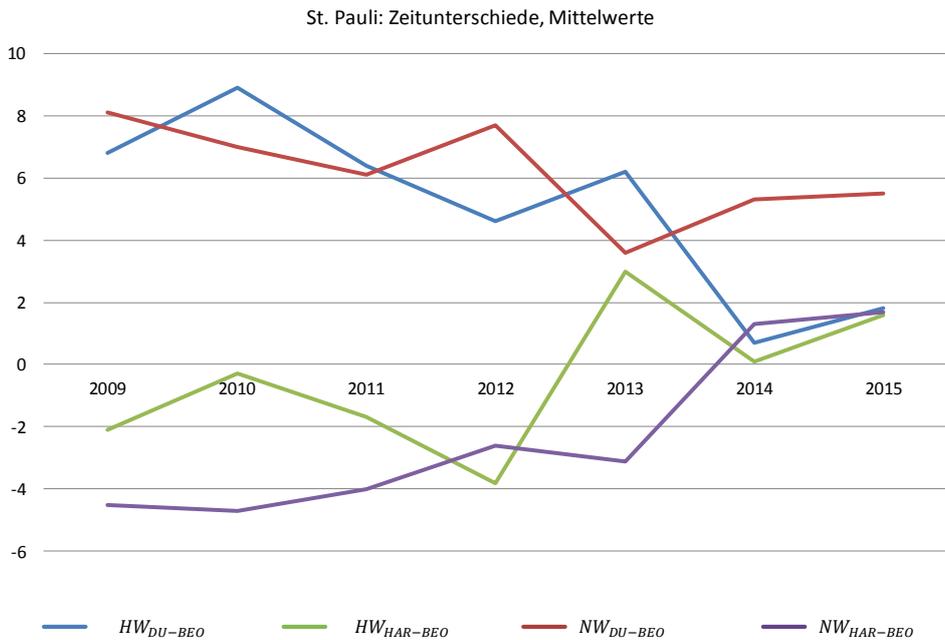


Abb. 7.22 – St. Pauli, Mittelwerte der Zeitunterschiede (cm).

Literaturverzeichnis

- Newton, I. 1687: *Philosophiae naturalis principia mathematica*, London.
- Bernoulli, D. 1741: *Traité sur le flux et reflux de la mer*, Paris.
- Laplace, P. S. 1798: *Traité de mécanique céleste*, Paris.
- Lubbock, J. W. 1831: *On the tides in the port of London*. Philosophical Transactions, Royal Society, London.
- Darwin, G. H. 1907: *Scientific papers*, Cambridge.
- Brown, E. W. 1919: *Tables of the motion of the moon*. New Haven, Yale university press.
- Schureman, P. 1940: *A manual of the harmonic analysis and prediction of tides*, Washington.
- Doodson, A. T. 1941: Warburg, *Admiralty manual of tides*, London.
- Proudman, J. 1942: *On Laplace's differential equations for the tides*. Proceedings of the Royal Society, A179, 261-288, London.
- Doodson, A. T. 1947: *Tides in shallow waters*. International Hydrographic Review.
- Horn, W. 1948: *Über die Darstellung der Gezeiten als Funktion der Zeit*. Deutsche Hydrographische Zeitschrift, B. 1.
- IHB, 1954: *Standard Development of Tide-Generating Potential*. International Hydrographic Bureau, Circular letter n°4.
- Horn, W. 1960: *Some recent approaches to tidal problems*. International Hydrographic Review, vol. 37, Nr. 2.
- DHI, 1967: *Tafeln der astronomischen Argumente $V_0 + v$ und der Korrekturen j, v* . Deutsches Hydrographisches Institut, Nr. 2276, Hamburg.
- Kunze, H. J. 1968: *Entwicklung des Gezeitenpotentials*. Persönliche Kommunikation, Deutsches Hydrographisches Institut, Hamburg.
- Pelzer, H. 1980: *Besonderheiten der Auswertung kontinuierlicher Messungen und Probleme ihrer Interpretation*. Mitteilungen der RWTH-Aachen, Nr. 28.
- Chatfield, C. 1982: *Analyse von Zeitreihen*. Lizenzausgabe für den Carl Hanser Verlag, München.

Pansch, E. 1988: *Harmonische Analyse von Gezeiten- und Gezeitenstrombeobachtungen im Deutschen Hydrographischen Institut, Hamburg*. Deutsches Hydrographisches Institut, Nr. 2350, Wissenschaftlich- Technische Berichte, Hamburg.

Kunze, H. J. 1989: *Darstellung der Ungleichheiten und halbmonatliche Ungleichheit*. Persönliche Kommunikation, Deutsches Hydrographisches Institut, Hamburg.

Pansch, E. 1989: *New harmonic tidal constants for some German North Sea Stations*. Deutsche Hydrographische Zeitschrift, Z. 42, (27-39).

Simon, B. 2005: *Composantes de marée*. Innerer Bericht, Service Hydrographique et Océanographique de la Marine (SHOM), Brest.

Simon, B. 2007: *La marée océanique côtière*. Monaco, Institut Océanographique.

Simon, B., Gonella, J., Manley, D., Shipman, S. 2013: *Coastal Tides*. Monaco, Institut Océanographique.

Anhang A - Nodale Korrekturen – Kunze H. J. (1968)

A.1 – Allgemeines

Bei der Durchführung harmonischer Verfahren können nicht immer alle nötige Partialtiden identifiziert oder verwendet werden. Dies ist der Fall z.B. bei der Analyse von Pegelstationen, deren Beobachtungszeiträume deutlich kürzer als die Periode des aufsteigenden Mondbahnknotens (18,6 Jahre) sind, oder für die Herstellung von Vorausberechnungen, bei denen nur eine beschränkte Anzahl von Teiltiden (in den meisten Fällen die astronomischen Tiden) berücksichtigt werden. Die fehlenden Nebentiden können dann mit Hilfe der nodalen Korrekturen ersetzt werden.

Die Entwicklung des Gezeitenpotentials von Doodson (3.3) stellt Gruppen von harmonischen Teiltiden - oder Stammtiden - unterschiedlicher Perioden heraus, die je aus einem astronomischen Hauptglied P_0 und kleineren Nebengliedern P_i ($i = 1, \dots, k$) bestehen. Im Vergleich zur Winkelgeschwindigkeit des Hauptglieds unterscheiden sich die Winkelgeschwindigkeiten der Nebenglieder nur in den letzten vier Ziffern der numerischen Doodson-Argumentzahl des Hauptglieds (Anhang C).

Jedes Hauptglied des Gezeitenpotentials besitzt die Form

$$G_r(L) K_0 \cos(V_{00} + \sigma_0 t)$$

wo angenommen wird, dass Haupt- und Nebenglieder in derselben Weise von der geozentrischen Breite L abhängen.

Demnach gilt für die Nebenglieder

$$G_r(L) K_i \cos(V_{0i} + \sigma_i t)$$

wo i ganzzahlig und positiv ist. K_0 und K_i sind die Potentialkoeffizienten der harmonischen Teiltide P_0 bzw. P_i . Anhang C stellt die von der Potentialentwicklung abgeleiteten Koeffizienten von 48 astronomischen Haupttiden dar, deren Werte in der nachstehenden Ausgleichsrechnung verwendet werden können.

Dazu wird in der harmonischen Entwicklung nur der Term jedes Hauptglieds behalten, die Korrekturen ändern nur die Amplitude und die Phase. Nach der Gleichung [6.2] ergibt sich für die Wasserstandshöhe $F(t)$:

$$F(t) = \sum_{i=0}^k j_i(t) h_i \cos(\sigma_i t + V_{i0} + v_i(t) - g_i)$$

Hier wird $F(t)$ auf den mittleren Wasserstand bezogen ($z_0 = 0$). σ_i und V_{i0} sind die Geschwindigkeit und das Argument der Teiltide P_i (berechnet zum Zeitpunkt $t = 0$), die Amplitude h_i und die Phasenverschiebung g_i sind die harmonischen Konstanten. Die nodalen Korrekturen $j_i(t)$ und $v_i(t)$ sind Funktionen der Zeit t und ändern sich langsam. Bei den früheren Analysenprozessen wurden sie für ein Jahr als Konstante angesehen und in Tabellenform wie in den Korrekturtafeln DHI [1967] veröffentlicht. Heute werden sie direkt von den meisten Programmen zur Gezeitenanalyse berechnet.

A.2 - Ausgleichsrechnung

Für einen Zeitpunkt t innerhalb eines Zeitraums T

$$T = t_2 - t_1 \quad t_1 \leq t \leq t_2$$

müssen die k Glieder der Stammtide

$$\sum_{i=0}^k K_i \cos(V_{0i} + \sigma_i t)$$

durch die Form

$$j K_0 \cos(V_{00} + v + \sigma_0 t)$$

ersetzt werden. V_{00} und V_{0i} beziehen sich für jede Teiltide auf die Mitte des Zeitraums T . Die unbekanntes j und v werden für den gewünschten Zeitraum T nach Ausgleichsrechnung durch die Methode der kleinsten Quadrate bestimmt. Dies erfolgt unter der Bedingung, dass die Funktion

$$f(t) = \int_{t_1}^{t_2} \left[j K_0 \cos(V_{00} + v + \sigma_0 t) - \sum_{i=0}^k K_i \cos(V_{0i} + \sigma_i t) \right]^2 dt$$

oder

$$f(t) = \int_{t_1}^{t_2} \left[j \cos(V_{00} + v + \sigma_0 t) - \sum_{i=0}^k \frac{K_i}{K_0} \cos(V_{0i} + \sigma_i t) \right]^2 dt$$

ihr Minimum erreicht. Durch Linearisierung

$$j \cos(V_{00} + v + \sigma_0 t) = j \cos v \cos(V_{00} + \sigma_0 t) - j \sin v \sin(V_{00} + \sigma_0 t)$$

mit $a = j \cos v$

$$b = j \sin v$$

$$\lambda_1(t) = \cos(V_{00} + \sigma_0 t)$$

$$\lambda_2(t) = -\sin(V_{00} + \sigma_0 t)$$

und

$$y(t) = -\sum_{i=0}^k \frac{K_i}{K_0} \cos(V_{0i} + \sigma_i t)$$

wird

$$f(t) = \int_{t_1}^{t_2} [a \lambda_1(t) + b \lambda_2(t) + y(t)]^2 dt$$

a und b sind die Unbekannten, das Minimum der Funktion wird erreicht, wenn die Ableitungen von f nach a und b null sind.

Dies führt zum folgenden Gleichungssystem:

$$\int_{t_1}^{t_2} (a\lambda_1^2(t) + b\lambda_1(t)\lambda_2(t) + y(t)\lambda_1(t)) dt = 0$$

$$\int_{t_1}^{t_2} (a\lambda_1(t)\lambda_2(t) + b\lambda_2^2(t) + y(t)\lambda_2(t)) dt = 0$$

oder

$$a\alpha + b\gamma + \delta = 0$$

$$a\gamma + b\beta + \lambda = 0$$

Zur Berechnung der einzelnen Glieder der Linearität wird:

$$\alpha = \int_{t_1}^{t_2} \lambda_1^2(t) dt$$

$$\alpha = \int_{t_1}^{t_2} \cos^2(V_{00} + \sigma_0 t) dt = \frac{1}{2} \int_{t_1}^{t_2} (\cos 2(V_{00} + \sigma_0 t) + 1) dt$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2\sigma_0} \sin 2(V_{00} + \sigma_0 t) + t \right]_{t_1}^{t_2}$$

$$\beta = \int_{t_1}^{t_2} \lambda_2^2(t) dt$$

$$\beta = \int_{t_1}^{t_2} \sin^2(V_{00} + \sigma_0 t) dt = \frac{1}{2} \int_{t_1}^{t_2} (1 - \cos 2(V_{00} + \sigma_0 t)) dt$$

$$\beta = \frac{1}{2} \left[t - \frac{1}{2\sigma_0} \sin 2(V_{00} + \sigma_0 t) \right]_{t_1}^{t_2}$$

$$\gamma = \int_{t_1}^{t_2} \lambda_1(t)\lambda_2(t) dt$$

$$\gamma = - \int_{t_1}^{t_2} \cos(V_{00} + \sigma_0 t) \sin(V_{00} + \sigma_0 t) dt = - \frac{1}{2} \int_{t_1}^{t_2} \sin 2(V_{00} + \sigma_0 t) dt$$

$$\gamma = \left[\frac{1}{4\sigma_0} \cos 2(V_{00} + \sigma_0 t) \right]_{t_1}^{t_2}$$

$$\delta = \int_{t_1}^{t_2} y(t)\lambda_1(t) dt$$

Für $i \neq 0$

$$\delta = - \int_{t_1}^{t_2} \sum_{i=0}^k \frac{K_i}{K_0} \cos(V_{0i} + \sigma_i t) \cos(V_{00} + \sigma_0 t) dt$$

$$\delta = - \frac{1}{2K_0} \int_{t_1}^{t_2} \sum_{i=0}^k K_i [\cos(V_{00} + V_{0i} + t(\sigma_0 + \sigma_i)) + \cos(V_{00} - V_{0i} + t(\sigma_0 - \sigma_i))] dt$$

$$\delta = - \frac{1}{2K_0} \left[\sum_{i=0}^k K_i \left[\frac{\sin(V_{00} + V_{0i} + t(\sigma_0 + \sigma_i))}{\sigma_0 + \sigma_i} + \frac{\sin(V_{00} - V_{0i} + t(\sigma_0 - \sigma_i))}{\sigma_0 - \sigma_i} \right] \right]_{t_1}^{t_2}$$

Für $i = 0$

$$\delta = - \int_{t_1}^{t_2} \cos^2(V_{00} + \sigma_0 t) dt = -\alpha$$

$$\lambda = \int_{t_1}^{t_2} y(t) \lambda_2(t) dt$$

Für $i \neq 0$

$$\lambda = \int_{t_1}^{t_2} \sum_{i=0}^k \frac{K_i}{K_0} \cos(V_{0i} + \sigma_i t) \sin(V_{00} + \sigma_0 t) dt$$

$$\lambda = \frac{1}{2K_0} \int_{t_1}^{t_2} \sum_{i=0}^k K_i [\sin(V_{00} + V_{0i} + t(\sigma_0 + \sigma_i)) + \sin(V_{00} - V_{0i} + t(\sigma_0 - \sigma_i))] dt$$

$$\lambda = - \frac{1}{2K_0} \left[\sum_{i=0}^k K_i \left[\frac{\cos(V_{00} + V_{0i} + t(\sigma_0 + \sigma_i))}{\sigma_0 + \sigma_i} + \frac{\cos(V_{00} - V_{0i} + t(\sigma_0 - \sigma_i))}{\sigma_0 - \sigma_i} \right] \right]_{t_1}^{t_2}$$

Für $i = 0$

$$\lambda = \int_{t_1}^{t_2} \cos(V_{00} + \sigma_0 t) \sin(V_{00} + \sigma_0 t) dt = -\gamma$$

Die Lösung des Gleichungssystems gibt:

$$a = \frac{\beta\delta - \lambda\gamma}{\gamma^2 - \alpha\beta} = j \cos v$$

$$b = \frac{\alpha\lambda - \delta\gamma}{\gamma^2 - \alpha\beta} = j \sin v$$

$$j = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$v = \arctg \frac{b}{a} \quad -90^\circ < v < 90^\circ$$

Das oben beschriebene Verfahren bezieht sich auf die Berechnung der nodalen Korrekturen der astronomischen Haupttiden. Da sich die Geschwindigkeiten der Seichtwassertiden aus linearer Kombination der Geschwindigkeiten der astronomischen Tiden ergeben (Abschnitt 6.1), werden die entsprechenden nodalen Korrekturen in ähnlicher Weise nach den folgenden Beispielen ermittelt.

Zur Korrektur v wird die algebraische Kombination verwendet, z.B. für die Partialtide $2MS_2$:

$$v_{2MS_2} = 2 v_{M_2} - v_{S_2}$$

Zu den Korrekturen j werden statt einer algebraischen Summierung die j -Werte der Hauptglieder ohne Berücksichtigung der negativen Koeffizienten untereinander multipliziert:

$$j_{2MN_6} = j_{M_2} * j_{M_2} * j_{N_2}$$

Der Anhang E gibt dazu die entsprechenden Kombinationskoeffizienten, die mit 66 Seichtwassertiden übereinstimmen und die zur Herstellung der Korrekturtafeln (DHI [1967]) berücksichtigt wurden.

Statt mit j wird gewöhnlich in der Fachliteratur die nodale Amplitudenkorrektur mit f bezeichnet. Dies wurde in Kap. 6 übernommen.

Anhang B - Ausgleichsrechnung

B.1 - Nonharmonisches Verfahren

Bei der in Kap. 4 beschriebenen Synthese zur Berechnung der Gezeitengrundwerte werden die Ungleichheiten $y(t)$ (Höhen und Intervalle) unter einer Fourier-Reihe von k Gliedern (der Wert $k = 4$ ist für die deutschen Gewässer der Nordsee üblich) nach der Gleichung [4.5] in der linearen folgenden Form

$$y(t) = a_0 + \sum_{i=1}^k (a_i \cos(i\sigma t) + b_i \sin(i\sigma t))$$

dargestellt, mit

- a_0 unbekannter Mittelwert von $y(t)$
- σ Winkelgeschwindigkeit ($30^\circ/K_{St}$)
- t Zeit des entsprechenden Mondtransits
- i Summierungsindex ($i = 1, \dots, k$)
- a_i, b_i unbekannte Koeffizienten der Fourier-Reihe.

Zur Herstellung des Gleichungssystems wird das folgende Matrixsystem gebildet (für eine Anzahl von N Beobachtungen):

$$\begin{bmatrix} y(t_1) \\ y(t_2) \\ \dots \\ y(t_j) \\ \dots \\ y(t_N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & f_1(t_1) & \dots & f_k(t_1) & g_1(t_1) & \dots & g_k(t_1) \\ 1 & f_1(t_2) & \dots & f_k(t_2) & g_1(t_2) & \dots & g_k(t_2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & f_1(t_j) & \dots & f_k(t_j) & g_1(t_j) & \dots & g_k(t_j) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & f_1(t_N) & \dots & f_k(t_N) & g_1(t_N) & \dots & g_k(t_N) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ a_k \\ b_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ b_k \end{bmatrix}$$

wo $f_i(t_j) = \cos(i\sigma t_j)$

und $g_i(t_j) = \sin(i\sigma t_j)$

mit $i = 1, \dots, k$ $j = 1, \dots, N$

Die Ausgleichsrechnung bzw. die Bestimmung der Spaltenmatrix der Unbekannten a_0, a_i, b_i , ($i = 1, \dots, k$) wird durch die Methode der kleinsten Quadrate (siehe Abschnitt B.3) durchgeführt. Das Verfahren erfolgt mit zwei Iterationsprozessen, wo die Beobachtungen, deren Verbesserungen größer als das Dreifache der Standardabweichung sind, vor der zweiten Iteration beseitigt werden.

B.2 - Darstellung der Ungleichheiten - Harmonische Analyse

Beim Verfahren zur Darstellung der Ungleichheiten oder zur harmonischen Analyse werden die entsprechenden Gleichungssysteme unter der allgemeinen Form

$$[B.1] \quad y(t) - a_0 = \sum_{i=1}^n R_i \cos(\omega_i t - \varphi_i)$$

geschrieben. Tab. B.1 fasst die Bedeutung der in der obengenannten Formel angegebenen Parameter zusammen.

Parameter	Darstellung der Ungleichheiten	Harmonische Analyse
$y(t)$	Ungleichheit (Höhe bzw. Intervall)	Wasserstand
a_0	Mittelwert der Ungleichheiten	Mittlerer Wasserstand
R_i	Amplitude des harmonischen Glieds i	Amplitude der Partialtide i
ω_i	Geschwindigkeit des harmonischen Glieds i	Geschwindigkeit der Partialtide i
φ_i	Phase des harmonischen Glieds i	Phase der Partialtide i
i	Index des harmonischen Glieds	Index der Partialtide
t	Nummer des Mondtransits	Zeit
n	Anzahl der harmonischen Glieder	Anzahl der Partialtiden

Tab. B.1 – Bedeutung der Parameter der Gleichung [B.1]

Es werden nur die Amplituden und die Phasen R_i und φ_i als Unbekannte berücksichtigt, die sich auf die Variationen der Größe $y(t)$ gegenüber ihrem Mittelwert a_0 beziehen.

Bei der Darstellung der Ungleichheiten wurde bereits der Parameter a_0 ermittelt (siehe B.1). Er entspricht je den mittleren Werten der vier Fourier-Reihen, die bei der Synthese berechnet worden sind, und wird hier als Bekannte eingegeben.

Bei der harmonischen Analyse stellt a_0 das mittlere Niveau der beobachteten Wasserstände dar. Seine Betrachtung als Unbekannte für den Auflösungsprozess ist nicht von großer Bedeutung, da er sich nur auf den Zeitraum der Beobachtungen bezieht. Für Vorausberechnungen innerhalb einer beliebigen

Zeitspanne muss er wegen seiner jährlichen Änderungen mit Hilfe anderer Verfahren neu bestimmt bzw. extrapoliert werden.

Zur Lösung des Gleichungssystems wird die Formel [B.1] nach ihrer linearen Form umgewandelt:

$$[B. 2] \quad F(t) = y(t) - a_0 = \sum_{i=1}^n (C_i \cos \omega_i t + S_i \sin \omega_i t)$$

mit

$$C_i = R_i \cos \varphi_i$$

und

$$S_i = R_i \sin \varphi_i$$

Zur Bildung des Matrixsystems wird die Gleichung [B.2] nach der Form:

$$F(t) = \sum_{i=1}^n C_i f_i(t) + \sum_{i=1}^n S_i g_i(t)$$

umgeschrieben, mit

$$f_i(t) = \cos \omega_i t$$

und

$$g_i(t) = \sin \omega_i t$$

Es folgt das Matrixsystem (für eine Anzahl von N Beobachtungen):

$$\begin{bmatrix} F(t_1) \\ F(t_2) \\ \vdots \\ F(t_j) \\ \vdots \\ F(t_N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(t_1) & f_2(t_1) & \dots & f_n(t_1) & g_1(t_1) & \dots & \dots & g_n(t_1) \\ f_1(t_2) & f_2(t_2) & \dots & f_n(t_2) & g_1(t_2) & \dots & \dots & g_n(t_2) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \dots & \vdots \\ f_1(t_j) & f_2(t_j) & \dots & f_n(t_j) & g_1(t_j) & \dots & \dots & g_n(t_j) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \dots & \vdots \\ f_1(t_N) & f_2(t_N) & \dots & f_n(t_N) & g_1(t_N) & \dots & \dots & g_n(t_N) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \vdots \\ C_n \\ S_1 \\ S_2 \\ \vdots \\ S_n \end{bmatrix}$$

Die unbekanntenen Koeffizienten der Spaltenmatrix $[C_i, S_i]$ ($i = 1, \dots, n$) werden in ähnlicher Weise wie bei der Synthese durch die Methode der kleinsten Quadrate durch zwei Iterationsprozesse berechnet.

Die Amplituden R_i und die Phasen φ_i werden dann durch die Formeln

$$R_i = \sqrt{C_i^2 + S_i^2}$$

und

$$\varphi_i = \operatorname{arc\,tg} \frac{S_i}{C_i}$$

berechnet, wo die Unbestimmtheit von φ_i nach den Vorzeichen von S_i und C_i beseitigt wird.

B.3 - Kleinste Quadrate

Im Folgenden wird das Verfahren geschildert, das zur Ausgleichsrechnung bei den hier beschriebenen Analysenprozessen verwendet wird.

Zur Herstellung des Gleichungssystems werden als Eingangsdaten N Paare von beobachteten Werten (h_j, t_j) gebildet

$$(h_1, t_1), (h_2, t_2), \dots, (h_j, t_j), \dots, (h_N, t_N)$$

wo h_j hier einer Größe entspricht, die z.B. der fortschreitenden Zeit t_j zugeordnet ist. Die Reihe soll einer beliebigen und ausgewählten Funktion der Form

$$[B. 3] \quad h(t_j) = a_1 l_1(t_j) + a_2 l_2(t_j) + \dots + a_i l_i(t_j) + \dots + a_n l_n(t_j)$$

oder

$$h(t_j) = \sum_{i=1}^n a_i l_i(t_j) \quad j = 1, \dots, N$$

angenähert werden, deren Glieder $l_i(t_j)$ ($i = 1, \dots, n$) angegeben sind, mit $N \gg n$. Zur Konsistenz der Ausgleichsrechnung muss die Anzahl N von Beobachtungen weitgehend größer als die Anzahl n von Unbekannten sein. Je mehr n und N sich der gleichen Größenordnung nähern, desto höher steigt die Varianz der Verbesserungen und folglich die Ungenauigkeit der Berechnung.

Die unbekanntenen Koeffizienten a_1, \dots, a_n müssen so bestimmt werden, dass der Ausdruck

$$\Delta(a_i) = \sum_{j=1}^N (h(t_j) - h_j)^2 \quad i = 1, \dots, n$$

ein Minimum zeigt; dazu werden sie als Variable berücksichtigt. Das Minimum wird erreicht, wenn die entsprechenden Ableitungen

$$\frac{\partial \Delta(a_1)}{\partial a_1}, \dots, \frac{\partial \Delta(a_i)}{\partial a_i}, \dots, \frac{\partial \Delta(a_n)}{\partial a_n}$$

null sind. Es bilden sich dann n Gleichungen mit dem Zeilenindex i .

Es gilt für den Koeffizient a_i :

$$\frac{\partial}{\partial a_i} \sum_{j=1}^N (h(t_j) - h_j)^2 = 0$$

oder

$$[B. 4] \quad \sum_{j=1}^N (h(t_j) - h_j) \frac{\partial h(t_j)}{\partial a_i} = 0$$

Da

$$\frac{\partial h(t_j)}{\partial a_i} = l_i(t_j)$$

kann die Formel [B.4] unter der Form

$$[B. 5] \quad \sum_{j=1}^N h(t_j) l_i(t_j) = \sum_{j=1}^N h_j l_i(t_j)$$

geschrieben werden. Durch Linearisierung (Spaltenindex $k = 1, \dots, n$) gilt für den linken Term der Gleichung [B.5]:

$$\sum_{j=1}^N h(t_j) l_i(t_j) = \sum_{j=1}^N (a_1 l_1(t_j) + \dots + a_k l_k(t_j) + \dots + a_n l_n(t_j)) l_i(t_j)$$

oder

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^N h(t_j) l_i(t_j) &= a_1 \sum_{j=1}^N l_1(t_j) l_i(t_j) + \dots + a_k \sum_{j=1}^N l_k(t_j) l_i(t_j) + \dots \\ &\quad + a_n \sum_{j=1}^N l_n(t_j) l_i(t_j) \end{aligned}$$

Mit Einführung von

$$s_{i,k} = \sum_{j=1}^N l_k(t_j) l_i(t_j)$$

und

$$p_i = \sum_{j=1}^N h_j l_i(t_j)$$

wird die Matrixgleichung wie folgt geschrieben:

$$\begin{bmatrix}
 s_{1,1} & s_{1,2} & \dots & \dots & s_{1,k} & \dots & \dots & s_{1,n} \\
 s_{2,1} & s_{2,2} & \dots & \dots & s_{2,k} & \dots & \dots & s_{2,n} \\
 \dots & \dots \\
 \dots & \dots \\
 s_{i,1} & s_{i,2} & \dots & \dots & s_{i,k} & \dots & \dots & s_{i,n} \\
 \dots & \dots \\
 \dots & \dots \\
 s_{n,1} & s_{n,2} & \dots & \dots & s_{n,k} & \dots & \dots & s_{n,n}
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 a_1 \\
 a_2 \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 a_i \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 a_n
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 p_1 \\
 p_2 \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 p_i \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 p_n
 \end{bmatrix}$$

Oder in Matrizenform

$$[S][A] = [P]$$

Man erhält ein Normalgleichungssystem, wo $[S]$ quadratisch ($i = 1, \dots, n; k = 1, \dots, n$), symmetrisch ($s_{i,k} = s_{k,i}$) und normalisiert ist. Da $[S]$ und $[P]$ bekannt sind, werden die unbekannt Koeffizienten von $[A]$ nach Inversion der Matrix $[S]$ berechnet.

$$[A] = [S^{-1}][P]$$

Anhang C - Potentialkoeffizienten astronomischer Haupttiden - DHI (1967)

	Doodson-Nr		Koeff.		Doodson-Nr		Koeff.		
Sa	056	5545	01160	2Q1	125	7554	00955		
		5567	00061			7454	00180		
Ssa	057	5555	07299	sigma1	127	5554	05454		
		3555	00073			1153	00218		
		5535	00030			Q1	135	6554	07216
		5657	00181					4356	00028
5757	00040	6356	00042						
MSm	063	6555	01578	rho1	137	6454	01360		
		4457	00016			8556	00019		
		6457	00113			4554	01371		
		6657	00103			4454	00258		
Mm	065	5455	08254	01	145	5554	37689		
		4457	00542			5356	00218		
		4657	00535			5454	07105		
		6557	00442			7556	00243		
		6657	00179			7656	00040		
		6757	00047			tau1	147	5556	00491
MSf	073	5555	01370	3556	00021				
		5455	00098	5454	00014				
		5657	00088	5654	00107				
		Mf	075	5555	15642	M1	155	5557	00661
3457	00036			5455	00098				
3555	00677			5655	00086				
3657	00044			NO	155			6556	02964
5655	06481	4354	00017						
5755	00607	4456	00197						
5857	00013	4556	01065						
MStm	083	6555	00569	NO	155	6454	00085		
		4455	00022			6656	00594		
		4555	00217			6754	00017		
		4657	00014			chi1	157	4556	00566
		6655	00236					4454	00016
6755	00021	4656	00124						
Mfm	085	4555	02995	pi1	162	5564	00556		
		2555	00054			P1	163	5554	17584
		4655	01241					5354	00014
		4755	00117					5456	00199
6757	00012	5576	00011						
MSqm	093	5555	00478	S1	164	7556	00026		
		3555	00025			5566	00423		
		5655	00200			5546	00147		
		5755	00019			Mqm	095	3555	00396
3655	00165	3755	00016						

Anhang C - Potentialkoeffizienten astronomischer Haupttiden

	Doodson-Nr		Koeff.		Doodson-Nr		Koeff.
K1	165	5556	53050	nu2	247	4555	03303
		5454	01050			4457	00123
		5656	07182			6555	00017
		5754	00154			6657	00012
psi1	166	5546	00423	gamma2	253	7557	00273
						5357	00040
phi1	167	5556	00756	alpha2	254	5567	00314
		3556	00026			6555	00014
		5536	00011				
		5654	00029				
		5754	00014				
theta1	173	6556	00566	M2	255	5555	90812
		4456	00017			5355	00047
		6454	00018			5457	03386
		6656	00112			7555	00053
						7655	00019
J1	175	4556	02964	delta2	257	5555	00107
		4454	00087			3557	00052
		4656	00587			5657	00051
		4754	00013			5755	00018
		6554	00046	lambda2	263	6557	00670
		6654	00029			6455	00024
		6754	00017				
S01	183	5556	00492	L2	265	4557	02567
		5456	00016			4455	00095
		5656	00096			6457	00012
						6555	00643
001	185	5556	01623			6655	00283
		3556	00240			6755	00040
		3656	00048	T2	272	5565	02479
		5656	01039				
		5756	00218	S2	273	5555	42358
		5856	00014			5455	00094
ups1	195	4556	00311	R2	274	5547	00354
		2556	00019			5565	00092
		4656	00199	K2	275	5555	11506
		4756	00042			5457	00147
eps2	227	6555	00671			5655	03423
		6457	00025			5755	00372
2N2	235	7555	02301	xi2	283	6555	00123
		5357	00014			6655	00054
		7457	00086				
mu2	237	5555	02777	eta2	285	4555	00643
		5457	00104			4457	00012
						4655	00280
						4755	00030
N2	245	6555	17387	M3	355	5557	01188
		4357	00063			5455	00066
		5565	00014				
		6457	00648				

Anhang D - Harmonische Glieder zur Darstellung der Ungleichheiten – Kunze H. J. (1989)

i	ω	$a_i (\dot{s})$	$b_i (\dot{h})$	$c_i (\dot{p})$	$d_i (\dot{N}')$
1	0,0548099035				1
2	0,1153085117			1	
3	0,9048858703		1	-1	
4	1,0201943820		1		
5	1,8097717406		2	-2	
6	2,0403887640		2		
7	11,5978417516	1	-2		
8	11,7131502632	1	-2	1	
9	13,4681121003	1		-1	-1
10	13,5229220039	1		-1	
11	13,5834206120	1			-1
12	13,6382305156	1			
13	13,6930404191	1			1
14	15,5633107679	1	2	-1	
15	24,2158778851	2	-3		
16	25,1812623636	2	-2		-1
17	25,2360722671	2	-2		
18	25,2908821706	2	-2		1
19	25,3513807788	2	-2	1	
20	27,0458440077	2		-2	
21	27,1611525194	2		-1	
22	27,2216511276	2			-1
23	27,2764610311	2			
24	27,3312709346	2			1
25	36,9492225303	3	-4	1	
26	37,7387998890	3	-3	-1	
27	38,7041843674	3	-2	-1	-1
28	38,7589942710	3	-2	-1	
29	38,8138041745	3	-2	-1	1
30	38,8743027826	3	-2		
31	38,9896112943	3	-2	1	
32	40,7993830350	3		-1	
33	49,4519501522	4	-5		
34	50,4721445342	4	-4		
35	52,2819162748	4	-2	-2	
36	52,5125332982	4	-2		
37	54,5529220622	4			
38	62,1852947974	5	-6	1	
39	63,9950665381	5	-4	-1	
40	66,0354553021	5	-2	-1	
41	75,7082168013	6	-6		
42	77,7486055653	6	-4		
43	100,9442890684	8	-8		

i : Index des harmonischen Gliedes a_i, \dots, d_i : Koeffizienten ω : Winkelgeschwindigkeit (Grad/Mondnummer)

Anhang E – Kombination der Hauptseichtwassertiden

Bezeichnung	XDO	Q ₁	O ₁	P ₁	K ₁	N ₂	M ₂	S ₂	K ₂
MS ₀	ZBXZZZZ						-1	1	
KO ₀	ZBZZZZZ		-1		1				
MK ₀	ZBZZZZZ						-1		1
NK ₁	AXZAZZZ				-1	1			
MK ₁	AYZZZZZ				-1		1		
MP ₁	AYBZZZZ			-1			1		
NO ₁	AZZAZZZ		-1			1			
SK ₁	AAXZZZZ				-1			1	
SP ₁	AAZZZZZ			-1				1	
MO ₁	AAZZZZZ		-1				1		
K ₁	AAZZZZZ				-1				1
MQ ₁	ABZYZZZ	-1					1		
SO ₁	ACXZZZZ		-1					1	
OQ ₂	BWZAZZZ	1	1						
MNS ₂	BWBZZZZ					1	1	-1	
O ₂	BXZZZZZ		2						
2MS ₂	BXBZZZZ						2	-1	
KQ ₂	BYZAZZZ	1			1				
OP ₂	BZXZZZZ		1	1					
KO ₂	BZZZZZZ		1		1				
2MN ₂	BAZYZZZ					-1	2		
KP ₂	BBXZZZZ			1	1				
K ₂	BBZZZZZ				2				
MSN ₂	BCXYZZZ					-1	1	1	
2SM ₂	BDVZZZZ						-1	2	
MQ ₃	CXZAZZZ	1					1		
NO ₃	CXZAZZZ		1			1			
MO ₃	CYZZZZZ		1				1		
NK ₃	CZZAZZZ				1	1			
MP ₃	CAXZZZZ			1			1		
SO ₃	CAXZZZZ		1					1	
MK ₃	CAZZZZZ				1		1		
SP ₃	CCVZZZZ			1				1	
SK ₃	CCXZZZZ				1			1	
K ₃	CCZZZZZ				1				1
2MNS ₄	DWBAZZZ					1	2	-1	

Anhang E – Kombination der Hauptseichtwassertiden

Bezeichnung	XDO	Q ₁	O ₁	P ₁	K ₁	N ₂	M ₂	S ₂	K ₂
3MS ₄	DXBZZZZ						3	-1	
MN ₄	DYZAZZZ					1	1		
M ₄	DZZZZZZ						2		
2MKS ₄	DZBZZZZ						2	-1	1
SN ₄	DAXAZZZ					1		1	
3MN ₄	DAZYZZZ					-1	3		
MS ₄	DBXZZZZ						1	1	
MK ₄	DBZZZZZ						1		1
2MSN ₄	DCXYZZB					-1	2	1	
S ₄	DDVZZZZ							2	
SK ₄	DDXZZZZ							1	1
2MN ₆	FYZAZZZ					1	2		
M ₆	FZZZZZZ						3		
MSN ₆	FAXAZZZ					1	1	1	
MNK ₆	FAZAZZZ					1	1		1
2MS ₆	FBXZZZZ						2	1	
2MK ₆	FBZZZZZ						2		1
2SM ₆	FDVZZZZ						1	2	
MSK ₆	FDXZZZZ						1	1	1
S ₆	FFTZZZZ							3	
3MN ₈	HYZAZZZ					1	3		
M ₈	HZZZZZZ						4		
2MSN ₈	HAXAZZZ					1	2	1	
3MS ₈	HBXZZZZ						3	1	
2(MS) ₈	HDVZZZZ						2	2	
2MSK ₈	HDXZZZZ						2	1	1
M ₁₀	JZZZZZZ						5		
4MS ₁₀	JBXZZZZ						4	1	
M ₁₂	LZZZZZZ						6		
5MS ₁₂	LBXZZZZ						5	1	

Anhang F – Ergebnisse der Vergleichsanalyse

Cuxhaven Jahre	Mittelwert (Vorausb. – Beob.)				St. Abweichung (Vorausb. – Beob.)			
	HWZ (min)	NWZ (min)	HWH (cm)	NWH (cm)	HWZ (min)	NWZ (min)	HWH (cm)	NWH (cm)
2015	-4,5	-0,3	-5,7	-15,3	14,7	13,7	37,8	42,7
2014	-3,7	0,4	2,0	-4,7	10,1	8,4	32,6	36,0
2013	-1,4	3,3	1,5	2,7	12,3	9,5	38,8	38,1
2012	-2,1	2,6	-0,9	-3,0	12,5	14,3	32,8	37,5
2011	-1,7	1,1	-4,3	-6,9	10,7	10,8	36,7	38,8
2010	0,6	0,9	-1,0	0,6	9,7	11,0	34,1	35,4
2009	-1,0	0,9	2,3	-6,6	9,0	9,2	30,4	33,8
2008	1,7	3,0	-4,4	-7,6	10,7	9,8	31,0	34,4
2007	3,7	4,3	-8,9	-11,6	10,8	10,8	33,2	38,6
2006	2,0	4,1	-1,6	-8,7	10,3	10,9	34,2	35,7
2005	1,9	5,2	-2,8	-7,5	13,3	10,8	33,9	38,2
2004	1,2	3,5	-5,3	-12,7	12,9	12,2	33,0	38,4
2003	1,5	3,6	-1,9	-7,2	10,0	8,4	31,3	34,3
2002	5,5	6,1	-4,4	-3,3	14,7	14,0	38,1	44,4
2001	1,9	-0,4	-3,9	-10,2	10,5	9,8	31,4	34,4

Tab. F.1 – Cuxhaven - Darstellung der Ungleichheiten

Cuxhaven Jahre	Mittelwert (Vorausb. – Beob.)				St. Abweichung (Vorausb. – Beob.)				Mittleres Niveau (cm)
	HWZ (min)	NWZ (min)	HWH (cm)	NWH (cm)	HWZ (min)	NWZ (min)	HWH (cm)	NWH (cm)	
2015	-0,7	1,2	0,7	-3,7	14,9	14,3	36,8	41,7	524
2014	0,5	1,2	-0,6	-5,7	10,4	8,4	32,3	35,8	513
2013	2,6	4,4	-0,4	0,2	12,0	9,4	35,0	36,4	511
2012	1,9	3,6	-0,7	-2,5	12,0	14,0	32,4	36,4	514
2011	2,3	1,9	-0,2	-0,8	10,8	11,1	35,1	37,1	518
2010	0,1	-1,3	-1,9	1,6	10,2	11,2	31,6	34,2	512
2009	-1,3	-1,0	0,1	-0,5	9,4	9,4	29,8	33,2	514
2008	0,5	0,0	1,3	4,7	11,1	10,0	29,0	32,2	520
2007	1,2	0,0	0,9	5,2	11,2	10,7	32,4	37,1	524
2006	0,4	-0,1	-2,4	0,2	10,2	10,7	32,5	34,5	515
2005	0,7	0,4	0,2	1,3	13,8	11,1	32,1	36,5	515
2004	0,3	-0,8	0,8	1,7	12,8	11,9	31,4	37,7	520
2003	0,1	-0,7	1,3	1,1	10,2	8,5	29,7	33,6	515
2002	3,4	1,4	-0,1	2,0	15,0	13,6	36,5	42,5	514
2001	2,1	-2,3	-2,4	-0,6	10,3	9,2	30,8	34,9	515

Tab. F.2 – Cuxhaven - Harmonische Analyse.

Anhang F – Ergebnisse der Vergleichsanalyse

Borkum Jahre	Mittelwert (Vorausb. – Beob.)				St. Abweichung (Vorausb. – Beob.)			
	HWZ (min)	NWZ (min)	HWH (cm)	NWH (cm)	HWZ (min)	NWZ (min)	HWH (cm)	NWH (cm)
2011	0,2	2,4	-4,7	-6,9	12,5	12,4	28,9	34,6
2010	2,8	2,7	-1,4	-0,2	10,5	9,9	26,1	31,3
2009	1,5	3,0	-0,8	-4,8	11,0	11,2	23,6	29,4
2008	3,0	5,6	-4,7	-7,8	12,9	12,8	28,4	35,0
2007	5,8	5,3	-8,8	-11,5	14,2	12,9	29,2	37,1
2006	4,6	6,1	-4,2	-7,3	11,5	11,9	28,8	34,2
2005	4,7	5,1	-4,3	-6,7	14,5	11,4	27,5	33,7
2004	2,8	4,6	-6,4	-9,2	13,5	12,5	26,6	34,6
2003	3,9	3,3	-4,3	-4,8	11,5	10,2	26,0	32,2
2002	3,2	6,2	-3,8	-4,0	14,7	13,1	30,1	37,8
2001	2,6	3,4	-8,0	-5,3	11,8	10,4	24,5	31,5
2000	1,5	4,8	-7,6	-6,0	14,1	11,9	27,3	34,1
1999	0,6	0,5	-10,7	-6,8	13,4	11,8	29,4	34,6
1998	0,2	0,3	-10,5	-7,4	14,2	11,9	27,6	36,0
1997	-0,9	-2,0	-3,8	0,3	12,1	13,7	30,6	36,2

Tab. F.3 – Borkum - Darstellung der Ungleichheiten.

Borkum Jahre	Mittelwert (Vorausb. – Beob.)				St. Abweichung (Vorausb. – Beob.)				Mittleres Niveau (cm)
	HWZ (min)	NWZ (min)	HWH (cm)	NWH (cm)	HWZ (min)	NWZ (min)	HWH (cm)	NWH (cm)	
2011	3,5	4,2	-1,1	0,1	12,6	12,7	27,7	32,7	509
2010	1,7	1,0	-1,7	1,5	10,7	10,5	24,3	29,8	512
2009	-0,2	0,6	0,1	0,1	11,2	11,3	23,0	28,7	506
2008	0,0	2,0	-1,6	0,4	13,1	12,7	26,5	32,6	510
2007	1,0	-0,3	-0,7	1,5	14,1	13,2	28,9	35,7	512
2006	-0,1	-0,2	-1,2	0,7	11,5	11,3	27,5	31,0	508
2005	-0,2	-1,4	1,1	2,2	14,2	11,5	26,3	32,1	506
2004	-1,1	-1,2	-0,8	0,3	13,5	12,5	25,7	33,9	509
2003	-0,3	-3,0	0,2	1,0	11,9	10,3	24,8	31,3	506
2002	-0,6	-0,3	0,9	0,72	15,2	13,2	28,3	35,9	505
2001	-0,7	-2,5	-0,9	-0,8	11,7	10,5	24,4	30,9	507
2000	-1,7	0,2	-3,1	-1,8	13,9	12,0	26,3	32,5	504
1999	-0,1	-1,7	-3,4	-1,0	13,4	12,0	28,5	34,2	506
1998	-1,0	-2,0	2,9	-0,6	14,4	11,7	27,2	35,1	507
1997	-0,7	-2,8	-1,6	-0,1	12,5	13,6	27,1	32,9	500

Tab. F.4 – Borkum - Harmonische Analyse.

Anhang F – Ergebnisse der Vergleichsanalyse

Helgoland Jahre	Mittelwert (Vorausb. – Beob.)				St. Abweichung (Vorausb. – Beob.)			
	HWZ (min)	NWZ (min)	HWH (cm)	NWH (cm)	HWZ (min)	NWZ (min)	HWH (cm)	NWH (cm)
1974	-1,4	0,3	-2,7	-5,4	8,0	8,2	25,7	32,9
1973	-1,8	-1,2	-1,9	-6,3	8,7	8,2	28,1	35,6
1972	-0,3	0,3	11,4	3,0	7,6	8,1	26,1	30,1
1971	-1,7	-1,6	4,8	-3,9	7,8	8,1	21,8	27,9
1970	-0,5	-0,1	1,7	-5,8	8,5	8,5	27,2	35,6

Tab. F.5 – Helgoland – Darstellung der Ungleichheiten.

Helgoland Jahre	Mittelwert (Vorausb. – Beob.)				St. Abweichung (Vorausb. – Beob.)				Mittleres Niveau (cm)
	HWZ (min)	NWZ (min)	HWH (cm)	NWH (cm)	HWZ (min)	NWZ (min)	HWH (cm)	NWH (cm)	
1974	1,4	0,0	0,7	1,7	8,2	8,3	26,5	32,8	471
1973	-0,3	-2,6	-0,5	0,0	8,6	8,2	26,8	34,5	470
1972	-0,5	-2,3	0,5	1,3	7,6	8,0	24,5	29,4	459
1971	-0,4	-3,0	0,6	1,5	7,3	7,8	21,3	27,2	466
1970	1,0	-2,2	0,1	1,1	8,2	8,3	26,6	34,8	469

Tab. F.6 – Helgoland - Harmonische Analyse.

ST. Pauli Jahre	Mittelwert (Vorausb. – Beob.)				St. Abweichung (Vorausb. – Beob.)			
	HWZ (min)	NWZ (min)	HWH (cm)	NWH (cm)	HWZ (min)	NWZ (min)	HWH (cm)	NWH (cm)
2015	1,8	5,5	-10,2	8,5	14,0	13,3	45,8	46,4
2014	0,7	5,3	1,6	12,3	9,8	8,7	39,3	38,9
2013	6,2	3,6	-5,4	8,1	13,3	9,8	47,2	42,1
2012	4,6	7,7	-3,5	8,7	11,6	15,1	38,6	40,3
2011	6,4	6,1	-7,8	-0,8	11,8	10,9	43,5	40,7
2010	8,9	7,0	-4,6	4,7	10,3	9,3	42,2	39,0
2009	6,8	8,1	1,4	10,5	10,1	10,0	37,4	36,1

Tab. F.7 – St. Pauli - Darstellung der Ungleichheiten.

ST. Pauli Jahre	Mittelwert (Vorausb. – Beob.)				St. Abweichung (Vorausb. – Beob.)				Mittleres Niveau (cm)
	HWZ (min)	NWZ (min)	HWH (cm)	NWH (cm)	HWZ (min)	NWZ (min)	HWH (cm)	NWH (cm)	
2015	1,6	1,7	-5,1	8,4	14,1	14,4	44,7	44,9	543
2014	0,1	1,3	-5,5	2,3	9,9	9,0	38,2	38,5	525
2013	3,0	-3,1	-0,4	9,5	13,2	10,6	41,7	39,3	541
2012	-3,8	-2,6	3,6	4,3	11,2	15,2	38,9	39,9	538
2011	-1,7	-4,0	-0,6	8,2	11,5	11,8	41,1	39,6	545
2010	-0,3	-4,7	-2,0	9,6	10,4	11,2	38,9	36,8	540
2009	-2,1	-4,5	-3,6	8,9	10,9	11,1	35,8	34,6	540

Tab. F.8 – St. Pauli - Harmonische Analyse.

Anhang G – Partialtiden nach Bernard Simon

Composantes de marée fournies par Bernard Simon (2005), expert marée au SHOM.
Autorisation n° S - 42/2017



Geschwindigkeiten (Grad/Stunde) und XDOs
(+: Partialtiden, die für die Analyse berücksichtigt wurden)

-----			0.100705 ZZBDZZZ
Lange Perioden			
-----			0.104639 ZZCVZZZ
z0	0.000000	ZZZZZZZ	0.107074 ZZCWYZZ
	0.002206	ZZZZAZB	+0.109271 ZZCWZUZ
	0.002435	ZZZAYZZ	0.111487 ZZCWAZZ
	0.004413	ZZZZBZZ	0.113922 ZZCXZZZ
	0.004642	ZZZAZZZ	+0.116358 ZZCYZZZ
	0.006848	ZZZAAZZ	0.118564 ZZCYZZZ
	0.009284	ZZZBZZZ	0.120771 ZZCYAZZ
	0.011490	ZZZBAZZ	+0.123204 ZZCZZYZ
	0.016361	ZZZDYZZ	0.125412 ZZCZAZZ
	0.018567	ZZZDZZZ	+0.127848 ZZCAZZZ
			0.130283 ZZCBYZZ
			0.132490 ZZCBZZZ
			0.134696 ZZCBAZZ
			0.137131 ZZCCZZZ
		0.139567 ZZCDYZZ	
		0.141773 ZZCDZZZ	
		0.145707 ZZDVZZZ	
		0.148143 ZZDWYZZ	
Sa	+0.041069	ZZAZZZZ	+0.150349 ZZDWZZZ
	0.043275	ZZAZAZZ	0.152556 ZZDWAZZ
	0.045710	ZZAAZZZ	0.154991 ZZDXZZZ
	0.048146	ZZABYZZ	0.157197 ZZDXAZZ
	0.050352	ZZABZZZ	0.159633 ZZDYZZZ
	0.052788	ZZACYZZ	0.162068 ZZDZYZZ
	0.054994	ZZACZZZ	0.164275 ZZDZZZZ
	0.057429	ZZADYZZ	0.166481 ZZDZAZZ
	0.059636	ZZADZZZ	+0.168916 ZZDAZZZ
			0.171352 ZZDBYZZ
			+0.173558 ZZDBZZZ
			0.175765 ZZDBAZZ
			0.178200 ZZDCZZZ
			0.180406 ZZDCAZZ
		0.182842 ZZDDZZZ	
		0.186776 ZZEVZZZ	
Ssa	+0.082137	ZZBZZZZ	0.189211 ZZEWYZZ
	+0.084344	ZZBZAZB	0.191418 ZZEWZZZ
	+0.086550	ZZBZBZB	0.193624 ZZEWAZZ
	0.089214	ZZBBYZZ	0.196060 ZZEXZZZ
	+0.091419	ZZBBZYZ	0.198266 ZZEXAZZ
	0.093627	ZZBBAZZ	0.200701 ZZEYZZZ
	0.096063	ZZBCZZZ	0.203137 ZZ EZYZZ
	+0.098498	ZZBDYZZ	0.205343 ZZ EZZZZ

Anhang G – Partiaaltiden nach Bernard Simon

0.207550	ZZEZAZZ		0.348315	ZAUAZZZ
0.209985	ZZEAZZZ		0.350522	ZAUAAZZ
0.212420	ZZEBYZZ		0.352957	ZAUBZZZ
0.214627	ZZEBZZZ		0.355392	ZAUCYZZ
0.217062	ZZECYZZ		0.357599	ZAUCZZZ
0.219269	ZZECZZZ		0.359805	ZAUCAZZ
0.221475	ZZECAZZ		0.362241	ZAUDZZZ
0.223910	ZZEDZZZ		0.364447	ZAUDAZZ
0.227845	ZZFVZZZ		0.368634	ZAVWYLZ
0.230280	ZZFWYZZ		0.370817	ZAVWZZZ
0.232486	ZZFWZZZ		0.373252	ZAVXYZZ
0.234922	ZZFXYZZ		0.375458	ZAVXZZZ
0.237128	ZZFXZZZ		0.377665	ZAVXAZZ
0.239564	ZZFYZZZ		+0.380100	ZAVYZZZ
0.241770	ZZFYZZZ		0.382307	ZAVYAZZ
0.244205	ZZFZYZZ		0.384742	ZAVZZZZ
+0.246412	ZZFZZZZ		0.387177	ZAVAYZZ
0.248618	ZZFZAZZ		0.389384	ZAVAZZZ
0.251054	ZZFAZZZ		0.391590	ZAVAAZZ
0.253260	ZZFAAZZ		0.396461	ZAVCYZZ
0.255695	ZZFBZZZ		0.398667	ZAVCZZZ
0.260337	ZZFCZZZ		0.401103	ZAVDYZZ
0.262544	ZZFCAZZ		0.403309	ZAVDZZZ
0.264979	ZZFDZZZ			
0.267185	ZZFDAZZ		0.407243	ZAWVZZZ
			0.409450	ZAWVAZZ
0.271120	ZZGVAZZ		0.411885	ZAWWZZZ
			0.414321	ZAWXYZZ
0.275461	ZASCZZZ		0.416527	ZAWXZZZ
0.277668	ZASCAZZ		0.418962	ZAWYYZZ
0.280103	ZASDZZZ		0.421169	ZAWYZZZ
			0.423375	ZAWYAZZ
+0.284037	ZATVZZZ		0.425811	ZAWZZZZ
0.286244	ZATVAZZ		0.428246	ZAWAYZZ
0.288679	ZATWZZZ		0.430452	ZAWAZZZ
0.291115	ZATXYZZ		0.432659	ZAWAAZZ
+0.293321	ZATXZZZ		0.435094	ZAWBZZZ
0.295527	ZATXAZZ		0.437530	ZAWCYZZ
0.297963	ZATYZZZ		0.439736	ZAWCZZZ
0.300398	ZATZYZZ		0.442171	ZAWDYZZ
0.302605	ZATZZZZ		0.444378	ZAWDZZZ
0.304811	ZATZAZZ			
0.307246	ZATAZZZ		0.448312	ZAXVZZZ
0.309682	ZATBYZZ		0.450518	ZAXVAZZ
0.311888	ZATBZZZ		0.452954	ZAXWZZZ
0.314324	ZATCYZZ		0.455389	ZAXXYZZ
0.316530	ZATCZZZ		0.457596	ZAXXZZZ
0.318737	ZATCAZZ		+0.460031	ZAXYYZB
0.321172	ZATDZZZ		0.462237	ZAXYZZZ
0.323378	ZATDAZZ		0.464444	ZAXYAZZ
			0.466879	ZAXZZZZ
0.327312	ZAUVAZZ		+0.469315	ZAXAYZB
0.329748	ZAUWZZZ		+0.471521	ZAXAZZZ
0.332183	ZAUXYZZ	MSm	+0.473727	ZAXAAZB
0.334390	ZAUXZZZ		0.476163	ZAXBZZZ
0.336596	ZAUXAZZ		0.478598	ZAXCYZZ
0.339032	ZAUZZZZ		0.480805	ZAXCZZZ
0.341467	ZAUZYZZ		0.483240	ZAXDYZZ
0.343673	ZAUZZZZ		0.485446	ZAXDZZZ
0.346109	ZAUAYZZ			

Anhang G – Partialtiden nach Bernard Simon

	0.489381	ZAYVZZZ	0.631154	ZABZZZZ
	0.491587	ZAYVAZZ	0.633360	ZABZAZZ
	0.494022	ZAYWZZZ	+0.635796	ZABAZZZ
	0.496458	ZAYXYZZ	0.637988	ZABAASZ
	0.498664	ZAYXZZZ	0.640437	ZABBZZZ
	0.501100	ZAYYYZZ	0.642644	ZABBAZZ
	0.503306	ZAYYZZZ	0.645079	ZABCZZZ
	0.505512	ZAYYAZZ	0.647286	ZABCAZZ
	0.507948	ZAYZZZZ	0.649721	ZABDZZZ
	0.510383	ZAYAYZZ		
	0.512590	ZAYAZZZ	0.653655	ZACVZZZ
	0.515025	ZAYBYZZ	0.656091	ZACWYZZ
	0.517232	ZAYBZZZ	0.658297	ZACWZZZ
	0.519696	ZAYCYOZ	0.660503	ZACWAZZ
	0.521873	ZAYCZZZ	0.662939	ZACXZZZ
			0.665145	ZACXAZZ
	0.528243	ZAZVYZZ	0.667581	ZACYZZZ
	0.530449	ZAZVZZZ	0.670016	ZACZYZZ
	0.532885	ZAZWYZZ	0.672222	ZACZZZZ
	0.535091	ZAZWZZZ	0.674429	ZACZAZZ
	0.537297	ZAZWAZZ	0.676864	ZACAZZZ
	0.539733	ZAZXZZZ	0.679071	ZACAAZZ
	+0.542168	ZAZYYZB	0.681506	ZACBZZZ
Mm	+0.544375	ZAZYZZZ	0.683941	ZACCYZZ
	+0.546581	ZAZYAZB	0.686148	ZACCZZZ
	0.549017	ZAZZZZZ	0.688611	ZACDYNZ
	0.551452	ZAZAYZZ	0.690790	ZACDZZZ
	+0.553658	ZAZAZZB		
	+0.555865	ZAZAAZB	0.694724	ZADVZZZ
	+0.558071	ZAZABZB	0.696930	ZADVAZZ
	0.560507	ZAZBAZZ	0.699366	ZADWZZZ
	0.562942	ZAZCZZZ	0.701801	ZADXYZZ
	0.565377	ZAZDYZZ	0.704007	ZADXZZZ
	0.567584	ZAZDZZZ	0.706464	ZADYYKZ
			0.708649	ZADYZZZ
	0.571518	ZAAVZZZ	0.711085	ZADZYZZ
	0.573953	ZAAWYZZ	0.713291	ZADZZZZ
	0.576160	ZAAWZZZ	0.715497	ZADZAZZ
	0.578366	ZAAWAZZ	0.717933	ZADAZZZ
	0.580802	ZAAXZZZ	0.720368	ZADBYZZ
	0.583008	ZAAAZZZ	0.722575	ZADBZZZ
	0.585443	ZAAZYZZ	0.725010	ZADCYZZ
	0.587879	ZAAZYZZ	0.727217	ZADCZZZ
	0.590085	ZAAZZZZ	0.729423	ZADCAZZ
	0.592521	ZAAAAYZZ	0.731858	ZADDZZZ
	0.594727	ZAAAZZZ		
	0.597162	ZAABYZZ	0.735792	ZAEVZZZ
	0.599369	ZAABZZZ	0.737999	ZAEVAZZ
	0.601575	ZAABAZZ	0.740434	ZAEWZZZ
	0.604011	ZAACZZZ	0.742870	ZAEXYZZ
	0.606217	ZAACAZZ	0.745076	ZAEXZZZ
	0.608652	ZAADZZZ	0.747282	ZAEXAZZ
			0.749718	ZAEYZZZ
	0.612587	ZABVZZZ	0.751924	ZAEYAZZ
	0.615022	ZABWYZZ	0.756795	ZAEAYZZ
	0.617228	ZABWZZZ	0.759002	ZAEAZZZ
	0.619435	ZABWAZZ	0.761437	ZAEBYZZ
	0.621870	ZABXZZZ	0.763643	ZAEBZZZ
	0.624077	ZABXAZZ	0.768285	ZAECZZZ
	+0.626512	ZABYZZB	0.770492	ZAECAZZ
	0.628947	ZABZYZZ	0.775133	ZAEDAZZ

Anhang G – Partialtiden nach Bernard Simon

0.779068	ZAFVAZZ		0.926910	ZBVYYZZ
0.781503	ZAFWZZZ		0.929117	ZBVYZZZ
0.783938	ZAFXZZZ		0.931323	ZBVYAZZ
0.786145	ZAFXZZZ		0.933758	ZBVZZZZ
0.788351	ZAFXAZZ		0.935965	ZBVZAZZ
0.790787	ZAFYZZZ		0.938400	ZBVAZZZ
0.792993	ZAFYAZZ		0.940607	ZBVAZZZ
0.795428	ZAFZZZZ		0.943042	ZBVBZZZ
0.797864	ZAFAYZZ		0.945478	ZBVCYZZ
0.800070	ZAFAZZZ		0.947684	ZBVCZZZ
0.802277	ZAFAAZZ		0.950119	ZBVDYZZ
0.804712	ZAFBZZZ		0.952326	ZBVDZZZ
0.806903	ZAFBARZ		0.956260	ZBWVZZZ
0.809354	ZAFCZZZ		0.958466	ZBWVAZZ
0.811560	ZAFCAZZ		0.960902	ZBWWZZZ
0.813996	ZAFDZZZ		0.963108	ZBWWAZZ
			0.965543	ZBWZZZZ
0.817930	ZAGVZZZ		0.967979	ZBWYZZZ
0.820136	ZAGVAZZ		0.970185	ZBWYZZZ
			0.972392	ZBWYAZZ
0.824478	ZBSCZZZ		0.974827	ZBWZZZZ
0.826684	ZBSCAZZ		0.977034	ZBWZAZZ
0.829120	ZBSDZZZ		0.979469	ZBWAZZZ
0.831326	ZBSDAZZ		0.981904	ZBWBZZZ
			0.984111	ZBWBZZZ
0.835260	ZBTVAZZ		0.986317	ZBWBZZZ
0.840131	ZBTXYZZ		0.988753	ZBWCZZZ
0.842338	ZBTXZZZ		0.991188	ZBWDYZZ
0.844544	ZBTXAZZ			
0.846979	ZBTYZZZ		0.995122	ZBXVYZZ
0.849415	ZBTZYZZ		0.997329	ZBXVZZZ
0.851621	ZBTZZZZ		0.999764	ZBXWYZZ
0.854057	ZBTAYZZ		1.001970	ZBXWZZZ
0.856263	ZBTAZZZ		1.004177	ZBXWAZZ
0.858469	ZBTAZZZ		1.006612	ZBXXZZZ
0.860905	ZBTBZZZ		1.009048	ZBXYZZZ
0.863340	ZBTCYZZ		1.011254	ZBXYZZZ
0.865547	ZBTCZZZ		+1.013689	ZBXZYZZ
0.867982	ZBTDYZZ	MSf	+1.015896	ZBXZZZZ
0.870188	ZBTDZZZ		+1.018102	ZBXZAZB
			1.020538	ZBXAZZZ
0.874123	ZBUVZZZ		1.022973	ZBXYZZZ
0.876329	ZBUVAZZ		1.025179	ZBXBZZZ
0.878764	ZBUWZZZ		1.027386	ZBXBZZZ
0.881200	ZBUXYZZ		1.029821	ZBXCZZZ
0.883406	ZBUXZZZ		1.032257	ZBXDYZZ
0.890254	ZBUYAZZ		1.034463	ZBXDZZZ
0.892690	ZBUZZZZ			
0.895125	ZBUAYZZ		1.038397	ZBYVZZZ
0.897332	ZBUAZZZ		1.040833	ZBYWYZZ
0.901973	ZBUBZZZ		1.043039	ZBYWZZZ
0.904409	ZBUCYZZ		1.045245	ZBYWAZZ
0.909051	ZBUDYZZ		1.047681	ZBYXZZZ
0.911257	ZBUDZZZ		1.049887	ZBYXAZZ
			1.052323	ZBYZZZZ
0.915191	ZBVVZZZ		1.054758	ZBYZYZZ
0.917398	ZBVVAZZ		1.056964	ZBYZZZZ
0.919833	ZBVWZZZ		1.059400	ZBYAYZZ
0.922039	ZBVWAZZ		1.061606	ZBYAZZZ
0.924475	ZBVXZZZ		1.064042	ZBYBYZZ

Anhang G – Partialtiden nach Bernard Simon

	1.066266	ZBYBZIZ	1.223674	ZBCAYZZ
	1.068454	ZBYBAZZ	1.225881	ZBCAZZZ
	1.070890	ZBYCZZZ	1.228316	ZBCBYZZ
	1.073325	ZBYDYZZ	1.232958	ZBCCYZZ
			1.235164	ZBCCZZZ
	1.079466	ZBZVZZZ	1.237371	ZBCCAZZ
	1.084119	ZBZWZFF	1.239806	ZBCDZZZ
	+1.086543	ZBZXZYB		
	+1.088749	ZBZXZZZ	1.243740	ZBDVZZZ
	+1.090956	ZBZXAZB	1.246176	ZBDWYZZ
	1.093391	ZBZYZZZ	1.248382	ZBDWZZZ
Mf	+1.098033	ZBZZZZZ	1.250818	ZBDXYZZ
	+1.100239	ZBZZAZZ	1.253024	ZBDXZZZ
	+1.102446	ZBZZBZZ	1.255230	ZBDXAZZ
	+1.104652	ZBZZCZB	1.260101	ZBDZYZZ
	1.107317	ZBZBZZZ	1.264743	ZBDAYZZ
	1.111958	ZBZCZZZ	1.266949	ZBDAZZZ
	1.114165	ZBZCAZZ	1.269156	ZBDAAZZ
	1.116600	ZBZDZZZ	1.271591	ZBDBZZZ
			1.273798	ZBDBAZZ
	1.120534	ZBAVZZZ	1.276233	ZBDCZZZ
	1.122741	ZBAVAZZ	1.278439	ZBDCAZZ
	1.125176	ZBAWZZZ	1.280875	ZBDDZZZ
	1.127383	ZBAWAZZ		
	1.129818	ZBAXZZZ	1.284809	ZBEVZZZ
	1.132024	ZBAXAZZ	1.287015	ZBEVAZZ
	1.134460	ZBAYZZZ	1.289451	ZBEWZZZ
	1.136895	ZBAZYZZ	1.291886	ZBEXYZZ
	1.139102	ZBAZZZZ	1.294093	ZBEXZZZ
	1.141308	ZBAZAZZ	1.298734	ZBEYZZZ
	1.143743	ZBAAZZZ	1.300941	ZBEYAZZ
	1.146179	ZBABYZZ	1.308018	ZBEAZZZ
	1.150821	ZBACYZZ	1.310224	ZBEAAZZ
	1.153027	ZBACZZZ	1.312660	ZBEBZZZ
	1.155234	ZBACAZZ	1.314866	ZBEBAZZ
	1.157669	ZBADZZZ	1.317302	ZBECZZZ
			1.319737	ZBEDYZZ
	1.161603	ZBBVZZZ	1.321943	ZBEDZZZ
	1.163809	ZBBVAZZ	1.324150	ZBEDAZZ
	1.166245	ZBBWZZZ		
	1.168680	ZBBXYZZ	1.328084	ZBFVAZZ
	1.170887	ZBBXZZZ	1.332955	ZBFXYZZ
	1.173093	ZBBXAZZ	1.337597	ZBFYZZZ
	1.175529	ZBBYZZZ	1.339803	ZBFYZZZ
	1.177964	ZBBZYZZ	1.342009	ZBFYAZZ
	1.182377	ZBBZAZZ	1.344445	ZBFZZZZ
	1.187019	ZBBAAZZ	1.346880	ZBFAYZZ
	1.189454	ZBBBZZZ	1.349087	ZBFZZZZ
	1.191889	ZBBCYZZ	1.351293	ZBFZZZZ
	1.194096	ZBBCZZZ	1.353729	ZBFBZZZ
	1.196302	ZBBCAZZ	1.355935	ZBFBZZZ
	1.198738	ZBBDZZZ	1.358370	ZBFCZZZ
			1.360806	ZBFDYZZ
	1.202672	ZBCVZZZ	1.363012	ZBFDZZZ
	1.204878	ZBCVAZZ		
	1.207314	ZBCWZZZ	1.369153	ZBGVAZZ
	1.209749	ZBCXYZZ		
	1.211955	ZBCXZZZ	1.373495	ZCSCZZZ
	1.214162	ZBCXAZZ	1.375930	ZCSDYZZ
	1.219033	ZBCZYZZ		
	1.221239	ZBCZZZZ	1.379864	ZCTVYZZ

Anhang G – Partialtiden nach Bernard Simon

	1.382070	ZCTVZZZ		1.533127	ZCWBZZZ
	1.384277	ZCTVAZZ		1.535334	ZCWBAZZ
	1.386712	ZCTWZZZ		1.537769	ZCWCZZZ
	1.388919	ZCTWAZZ		1.540204	ZCWDYZZ
	1.391354	ZCTXZZZ		1.542411	ZCWDZZZ
	1.393789	ZCTYYZZ			
	1.395996	ZCTYZZZ		1.546345	ZCXVZZZ
	1.398202	ZCTYAZZ		1.548780	ZCXWYZZ
	1.400638	ZCTZZZZ		1.553193	ZCXWAZZ
	1.402844	ZCTZAZZ		1.555629	ZCXXZZZ
	1.405280	ZCTAZZZ		+1.558064	ZCXYYZZ
	1.407715	ZCTBYZZ	SN	+1.560270	ZCXZZZZ
	1.409921	ZCTBZZZ		+1.562477	ZCXYAZB
	1.412357	ZCTCYZZ		1.564912	ZCXZZZZ
	1.416999	ZCTDYZZ		1.567119	ZCXZAZZ
			MStm	+1.569554	ZCXAZZZ
	1.420933	ZCUVYZZ		+1.571760	ZCXAAZZ
	1.423139	ZCUVZZZ		+1.573967	ZCXABZZ
	1.425575	ZCUWYZZ		1.576631	ZCXCYZZ
	1.427781	ZCUWZZZ		1.578838	ZCXCZZZ
	1.429987	ZCUWAZZ		1.581273	ZCXDYZZ
	1.432423	ZCUXZZZ		1.583480	ZCXDZZZ
	1.434858	ZCUYYZZ			
	1.437065	ZCUYZZZ		1.587414	ZCYVZZZ
	1.439271	ZCUYAZZ		1.589620	ZCYVAZZ
	1.441706	ZCUZZZZ		1.592055	ZCYWZZZ
	1.443913	ZCUZAZZ		1.594491	ZCYXYZZ
	1.446348	ZCUAZZZ		1.596697	ZCYXZZZ
	1.448784	ZCUBYZZ		1.599133	ZCYYYZZ
	1.450976	ZCUBZSZ		1.601339	ZCYZZZZ
	1.453196	ZCUBAZZ		1.603775	ZCYZYZZ
	1.457838	ZCUCAZZ		1.605981	ZCYZZZZ
				1.610623	ZCYAZZZ
	1.462001	ZCVVYZZ		1.613058	ZCYBYZZ
	1.464208	ZCVVZZZ		1.615265	ZCYBZZZ
	1.466643	ZCVWYZZ		1.617700	ZCYCYZZ
	1.468850	ZCVWZZZ		1.619906	ZCYCZZZ
	1.471056	ZCVWAZZ		1.622113	ZCYCAZZ
	1.473491	ZCVXZZZ		1.624548	ZCYDZZZ
	1.475696	ZCVXAYZ			
	1.478133	ZCVYZZZ		1.628482	ZCZVZZZ
	1.480340	ZCVYAZZ		1.630918	ZCZWYZZ
	1.482775	ZCVZZZZ		+1.633124	ZCZWZZZ
	1.484981	ZCVZAZZ		1.635560	ZCZXYYZ
Snu2	+1.487417	ZCVAZZZ		1.637766	ZCZXZZZ
	1.489852	ZCVBYZZ		1.639972	ZCZXAZZ
	1.492059	ZCVBZZZ	Mfm	+1.642408	ZCZYZZZ
	1.496700	ZCVCZZZ		+1.644614	ZCZYAZZ
	1.499136	ZCVDYZZ		+1.646821	ZCZYBZZ
	1.501342	ZCVDZZZ		1.649256	ZCZZAZZ
				1.651691	ZCZAZZZ
	1.505276	ZCWVZZZ		1.653898	ZCZAAZZ
	1.507712	ZCWWYZZ		+1.656104	ZCZABZZ
	1.509918	ZCWWZZZ		1.658769	ZCZCYZZ
	1.512125	ZCWWAZZ		1.660975	ZCZCZZZ
	1.516995	ZCWYZZZ		1.663181	ZCZCAZZ
	1.519202	ZCWYZZZ		1.665617	ZCZDZZZ
	1.521637	ZCWZYZZ			
	1.523844	ZCWZZZZ		1.669551	ZCAVZZZ
	1.526050	ZCWZAZZ		1.671986	ZCAWYZZ
	1.530921	ZCWBYZZ		1.674193	ZCAWZZZ

Anhang G – Partialtiden nach Bernard Simon

1.676628	ZCAXYZZ	1.823043	ZCDCYZZ
1.678835	ZCAXZZZ	1.827685	ZCDDYZZ
1.681041	ZCAXAZZ		
1.683476	ZCAYZZZ	1.831619	ZCEVYZZ
1.685683	ZCAYAZZ	1.836032	ZCEVAZZ
1.688118	ZCAZZZZ	1.838467	ZCEWZZZ
1.690554	ZCAAYZZ	1.840903	ZCEXYZZ
1.692760	ZCAAZZZ	1.843109	ZCEXZZZ
1.694966	ZCAAAZZ	1.847751	ZCEYZZZ
1.697402	ZCABZZZ	1.849957	ZCEYAZZ
1.699837	ZCACYZZ	1.852393	ZCEZZZZ
1.704250	ZCACAZZ	1.854828	ZCEAYZZ
1.706685	ZCADZZZ	1.857035	ZCEAZZZ
		1.861676	ZCEBZZZ
1.712826	ZCBVAZZ	1.863883	ZCEBAZZ
1.715261	ZCBWZZZ	1.866318	ZCECZZZ
1.717697	ZCBXYZZ	1.868754	ZCEDYZZ
1.719903	ZCBXZZZ		
1.722110	ZCBXAZZ	1.872688	ZCFVYZZ
1.724545	ZCBYZZZ	1.874894	ZCFVZZZ
1.726980	ZCBZYZZ	1.879536	ZCFWZZZ
1.729187	ZCBZZZZ	1.881742	ZCFWAZZ
1.731622	ZCBAYZZ	1.884178	ZCFXZZZ
1.733829	ZCBAZZZ	1.886613	ZCFYZZZ
1.736035	ZCBAAZZ	1.888820	ZCFYZZZ
1.738470	ZCBBZZZ	1.891026	ZCFYAZZ
1.740677	ZCBBAZZ	1.893461	ZCFZZZZ
1.743112	ZCBCZZZ	1.895897	ZCFAYZZ
1.745548	ZCBDYZZ	1.898103	ZCFAZZZ
1.747754	ZCBDZZZ	1.900539	ZCFBYZZ
1.749960	ZCBDAZZ	1.902745	ZCFBZZZ
		1.904951	ZCFBAZZ
1.753895	ZCCVAZZ	1.907387	ZCFCZZZ
1.756330	ZCCWZZZ	1.909593	ZCFCAZZ
1.758536	ZCCWAZZ		
1.760972	ZCCXZZZ	1.913756	ZCGVYZZ
1.763407	ZCCYZZZ	1.915963	ZCGVZZZ
1.765614	ZCCYZZZ	1.918398	ZCGWYZZ
1.768049	ZCCZYZZ		
1.770255	ZCCZZZZ	1.922511	ZDSCZZZ
1.772691	ZCCAYZZ	1.924946	ZDSYZZZ
1.774897	ZCCAZZZ		
1.777104	ZCCAAZZ	1.928881	ZDTVYZZ
1.779539	ZCCBZZZ	1.931087	ZDTVZZZ
1.781975	ZCCCYZZ	1.933522	ZDTWYZZ
1.784181	ZCCCZZZ	1.935729	ZDTWZZZ
1.786616	ZCCDYZZ	1.940371	ZDTXZZZ
1.788823	ZCCDZZZ	1.942577	ZDTXAZZ
1.791029	ZCCDAZZ	1.947219	ZDTYAZZ
		1.949654	ZDTZZZZ
1.797399	ZCDWZZZ	1.952090	ZDTAYZZ
1.799834	ZCDXYZZ	1.954296	ZDTAZZZ
1.802040	ZCDXZZZ	1.956731	ZDTBYZZ
1.804476	ZCDYYZZ	1.958938	ZDTBZZZ
1.806682	ZCDYZZZ	1.961144	ZDTBAZZ
1.808889	ZCDYAZZ	1.963580	ZDTCZZZ
1.811324	ZCDZZZZ	1.965786	ZDTCAZZ
1.813525	ZCDZAWZ	1.968221	ZDTDZZZ
1.815966	ZCDAZZZ		
1.818172	ZCDAZZZ	1.974591	ZDUWYZZ
1.820608	ZCDBZZZ	1.976797	ZDUWZZZ

Anhang G – Partialtiden nach Bernard Simon

	1.979004	ZDUWAZZ		2.134702	ZDXDAZZ
	1.981439	ZDUXZZZ			
	1.983646	ZDUXAZZ		2.138637	ZDYVAZZ
	1.986081	ZDUYZZZ		2.143507	ZDYXYZZ
	1.988516	ZDUZYZZ		2.145714	ZDYXZZZ
	1.990723	ZDUZZZZ		2.147920	ZDYXAZZ
	1.992929	ZDUZAZZ		2.150356	ZDYYZZZ
	1.995365	ZDUAZZZ		2.152791	ZDYZYZZ
	1.997800	ZDUBYZZ		2.154997	ZDYZZZZ
	2.002213	ZDUBAZZ		2.159639	ZDYAZZZ
	2.004648	ZDUCZZZ		2.161846	ZDYAAZZ
	2.006855	ZDUCAZZ		2.164281	ZDYBZZZ
	2.009290	ZDUDZZZ		2.166716	ZDYCYZZ
				2.171129	ZDYCAZZ
	2.013224	ZDVVZZZ		2.173565	ZDYDZZZ
	2.015660	ZDVWYZZ		2.175771	ZDYDAZZ
	2.017866	ZDVWZZZ			
	2.020072	ZDVWAZZ		2.184576	ZDZXYZZ
	2.022508	ZDVXZZZ	Mqcm	+2.186782	ZDZXZZZ
	2.024714	ZDVXAZZ		+2.188989	ZDZXAZZ
	2.027150	ZDVYZZZ		+2.191195	ZDZXBZZ
	2.029585	ZDVZYZZ		2.193860	ZDZZYZZ
2SM	+2.031792	ZDVZZZZ		2.196066	ZDZZZZZ
	2.036433	ZDVAZZZ		2.200708	ZDZAZZZ
	2.038869	ZDVBYZZ		2.202914	ZDZAAZZ
	2.041075	ZDVBZZZ		2.205350	ZDZBZZZ
	2.043511	ZDVCYZZ		2.207785	ZDZCYZZ
	2.045717	ZDVCZZZ		2.209992	ZDZCZZZ
	2.047923	ZDVCAZZ		2.212427	ZDZDYZZ
	2.050359	ZDVDZZZ		2.214633	ZDZDZZZ
	2.054293	ZDWVZZZ		2.218567	ZDAVZZZ
	2.056499	ZDWVAZZ		2.225416	ZDAWAZZ
	2.063577	ZDWXZZZ		2.227851	ZDAXZZZ
	2.066022	ZDWYIEZ		2.230286	ZDAYYZZ
	2.070654	ZDWZYZZ		2.232493	ZDAYZZZ
	2.072888	ZDWZSNZ		2.234936	ZDAZYDZ
	2.075067	ZDWZAZZ		2.237135	ZDAZZZZ
	2.077502	ZDWAZZZ		2.241777	ZDAAZZZ
	2.079708	ZDWAAZZ		2.243983	ZDAAAZZ
	2.082144	ZDWBZZZ		2.246418	ZDABZZZ
	2.084579	ZDWCYZZ		2.248625	ZDABAZZ
	2.086786	ZDWCZZZ		2.251060	ZDACZZZ
	2.088992	ZDWCZZZ		2.253496	ZDADYZZ
	2.091427	ZDWDZZZ			
	2.093634	ZDWDZZZ		2.257430	ZDBVYZZ
				2.259636	ZDBVZZZ
	2.097568	ZDXVAZZ		2.266484	ZDBWAZZ
	2.102439	ZDXXYZZ		2.268920	ZDBXZZZ
	+2.104645	ZDXXZZZ		2.271355	ZDBYYZZ
	2.106852	ZDXXAZZ		2.273562	ZDBYZZZ
	2.109287	ZDXYZZZ		2.275768	ZDBYAZZ
	2.111493	ZDXYAZZ		2.280410	ZDBZAZZ
MSqcm	+2.113929	ZDXZZZZ		2.285052	ZDBAAZZ
	+2.116135	ZDXZAZZ		2.289922	ZDBCYZZ
	+2.118342	ZDXZBZZ		2.292129	ZDBCZZZ
	2.120777	ZDXAAZZ		2.294564	ZDBDYZZ
	2.123212	ZDXBZZZ		2.296771	ZDBDZZZ
	2.127854	ZDXCZZZ			
	2.130061	ZDXCAZZ		2.300705	ZDCVZZZ
	2.132496	ZDXDZZZ		2.302911	ZDCVAZZ

Anhang G – Partialtiden nach Bernard Simon

2.305347	ZDCWZZZ		2.464979	ZDGVZZZ
2.307553	ZDCWAZZ		2.467415	ZDGWYZZ
2.309988	ZDCXZZZ		2.469621	ZDGWZZZ
2.312424	ZDCYZZZ			
2.314630	ZDCYZZZ		2.473963	ZESDYZZ
2.316837	ZDCYAZZ		2.476169	ZESDZZZ
2.319272	ZDCZZZZ			
2.321478	ZDCZAZZ		2.480104	ZETVZZZ
2.323914	ZDCAZZZ		2.482310	ZETVAZZ
2.326349	ZDCBYZZ		2.484745	ZETWZZZ
2.328556	ZDCBZZZ		2.486952	ZETWAZZ
2.330762	ZDCBAZZ		2.489387	ZETXZZZ
2.333197	ZDCCZZZ		2.491594	ZETXAZZ
			2.494029	ZETYZZZ
2.339567	ZDDVYZZ		2.498671	ZETZZZZ
2.341773	ZDDVZZZ		2.500877	ZETZAZZ
2.344209	ZDDWYZZ		2.503313	ZETAZZZ
2.346415	ZDDWZZZ		2.505519	ZETAZZZ
2.348622	ZDDWAZZ		2.507954	ZETBZZZ
2.353492	ZDDYZZZ		2.510390	ZETCYZZ
2.355699	ZDDYZZZ		2.512596	ZETCZZZ
2.357905	ZDDYAZZ		2.514803	ZETCAZZ
2.360341	ZDDZZZZ			
2.364982	ZDDAZZZ		2.521172	ZEUVZZZ
2.367418	ZDDBYZZ		2.523608	ZEUWYZZ
2.369624	ZDDBZZZ		2.525814	ZEUWZZZ
2.371831	ZDDBAZZ		2.528249	ZEUXYZZ
2.374266	ZDDCZZZ		2.530456	ZEUXZZZ
2.376472	ZDDCAZZ		2.532662	ZEUXAZZ
			2.535098	ZEUYZZZ
2.380636	ZDEVYZZ		2.537533	ZEUZYZZ
2.382842	ZDEVZZZ		2.539739	ZEUZZZZ
2.387484	ZDEWZZZ		2.541946	ZEUZAZZ
2.389690	ZDEWAZZ		2.544381	ZEUAZZZ
2.392126	ZDEXZZZ		2.546817	ZEUBYZZ
2.394332	ZDEXAZZ		2.551458	ZEUCYZZ
2.396767	ZDEYZZZ		2.553665	ZEUCZZZ
2.399203	ZDEZYZZ		2.555871	ZEUCAZZ
2.401409	ZDEZZZZ			
2.406051	ZDEAZZZ		2.562241	ZEVVZZZ
2.408486	ZDEBYZZ		2.564447	ZEVVAZZ
2.410718	ZDEBZMZ		2.566883	ZEVWZZZ
2.412899	ZDEBAZZ		2.569318	ZEVXYZZ
2.415335	ZDECZZZ		2.571524	ZEVXZZZ
2.417541	ZDECAZZ		2.573731	ZEVXAZZ
2.419977	ZDEDZZZ	2SMN	+2.576166	ZEVYZZZ
			2.578373	ZEVYAZZ
2.423911	ZDFVZZZ		2.580808	ZEVZZZZ
2.426346	ZDFWYZZ		2.583243	ZEVAYZZ
2.428570	ZDFWZIZ		2.587885	ZEVBYZZ
2.433194	ZDFXZZZ		2.590092	ZEVBZZZ
2.435630	ZDFYZZZ		2.594739	ZEVCZCZ
2.437836	ZDFYZZZ		2.599375	ZEVDZZZ
2.440272	ZDFZYZZ			
2.442478	ZDFZZZZ		2.603309	ZEWVZZZ
2.444684	ZDFZAZZ		2.605516	ZEWVAZZ
2.447120	ZDFAZZZ		2.610387	ZEWXYZZ
2.449326	ZDFAAZZ		2.612593	ZEWXZZZ
2.453968	ZDFBAZZ		2.617235	ZEWYZZZ
2.458839	ZDFDYZZ		2.619670	ZEWZYZZ
			2.621877	ZEWZZZZ

Anhang G – Partialtiden nach Bernard Simon

	2.624312 ZEWAYZZ		+12.924933 AWBZYZY
	2.626518 ZEWAZZZ	sigma1	+12.927140 AWBZZZY
	2.628725 ZEWAZZZ		
	2.631160 ZEWBZZZ		+12.968207 AWCZZYY
	2.633367 ZEWBAZZ		
	2.640444 ZEWDZZZ		+13.009277 AWDZZZY

	Eintägige Tiden		+13.316524 AXXAZZY

	11.234380 ATAYZZZ		+13.384964 AXZYXZA
	11.239022 ATAZZZZ		13.389377 AXZYZZZ
			13.391813 AXZZYZZ
	11.268600 ATBXYZZ		+13.394019 AXZZZZZ
			13.394248 AXZAXZA
	11.321159 ATCZZZZ	q1	+13.396454 AXZAYZY
		Q1	+13.398661 AXZAZZY
	11.350509 ATDWAZZ		13.400867 AXZAAZZ
			13.403303 AXZBZZZ
	11.462932 ATFDZZZ		+13.407945 AXZCZZA
			+13.439728 AXAAZYY
	11.562400 AUUDAZZ		
	11.589543 AUVAAZZ	rho1	+13.469308 AXBYYZY
			+13.471515 AXBYZZY
	11.605196 AUWVZZZ		+13.480798 AXBAZZA
			+13.483005 AXBAAZY
	11.756253 AUZBZZZ		+13.512581 AXCYZYY
	11.758460 AUZBAZZ		
			+13.553652 AXDYZZY
	11.790474 AUAAYZZ		
	11.799528 AUABAZZ		13.590079 AXEXZZZ
	11.804399 AUADYZZ		
			+13.870182 AYXBZZA
	11.863327 AUCYZZZ		+13.901969 AYYZZAA
	11.977250 AUFWYZZ		
	11.995588 AUFZAZZ		+13.938623 AYZZXZA
		o1	+13.940829 AYZZYZY
	12.024637 AVSCAZZ	O1	+13.943036 AYZZZZY
			+13.947677 AYZAZZZ
	+12.309911 AVZCZZY		+13.952319 AYZBZZA
			+13.954526 AYZBAZA
	12.375917 AVBZYZZ		
	+12.380559 AVBAYZY		+13.984102 AYAZZYY
	+12.382765 AVBAZZY		
	+12.455619 AVDYZZY		+14.015889 AYBXZZA
			+14.022966 AYBZYZY
	12.498894 AVEYAZZ	MP1	+14.025173 AYBZZZA
			+14.027379 AYBZAZY
	12.697089 AWVDYZZ		+14.066242 AYCZZZY
	12.737928 AWWCAZZ		14.146172 AYEZYZZ
	+12.849644 AWZAZZB		14.305276 AZUDZZZ
	+12.852080 AWZBYZY		
2Q1	+12.854286 AWZBZZY		+14.412350 AZXAYZA
			+14.414557 AZXAZZA
	12.895355 AWABZZZ		+14.482997 AZZYXZY

Anhang G – Partialtiden nach Bernard Simon

	+14.485204	AZZYYZA		
M1B	+14.487410	AZZYZZA		+16.129818 ACZXZZA
	+14.489846	AZZZZYZZ		+16.132024 ACXAZA
M1	+14.492052	AZZZZZB	OO1	+16.139102 ACZZZZA
	+14.494488	AZZAYZY		+16.141308 ACZZAZA
NO1	+14.496694	AZZAZZA		+16.143514 ACZZBZA
khi1	+14.498900	AZZAAZA		+16.145721 ACZZCZA
	+14.501107	AZZABZY		+16.601339 ADXYZZA
	+14.567341	AZBYYZY		+16.610623 ADXAZZA
chi1	+14.569548	AZBYZZA		
	+14.571754	AZBYAZA		+16.674193 ADZWZZA
			ups1	+16.683476 ADZYZZA
	14.906373	AAWXYZZ		+16.685683 ADZYAZA
pil	+14.917865	AAWZZAY		+16.687889 ADZYBZA
	14.949648	AAXXZZZ		
	+14.954519	AAXXZZY		
	+14.956725	AAXZYZA		
P1	+14.958931	AAXZZZY		25.309905 BSDAZZZ
	14.961138	AAXZAZZ		
	+14.968215	AAXBZZA		25.392042 BSFAZZZ
S1	+15.000000	AAYZZZZ		25.854280 BTDZZZZ
	15.031785	AAZXZZZ		25.936417 BTFZZZZ
	15.034220	AAZYZZZ		
	15.036427	AAZYZZZ		26.325801 BUBAZZZ
	+15.038862	AAZZYZY		
K1	+15.041069	AAZZZZA		26.398654 BUDYZZZ
	+15.043275	AAZZAZA	2MN2S2	+26.407938 BUDAZZZ
	+15.045481	AAZZBZY		
	15.048146	AAZBYZZ		26.480792 BUFYZZZ
	15.050352	AAZBZZZ		
				26.867969 BVBYZZZ
psi1	+15.082135	AAAZZYA	3MKS2	+26.870175 BVBZZZZ
			2NS2	+26.879459 BVBBZZZ
	+15.113922	AABXZZA		
phi1	+15.123206	AABZZZA		26.950106 BVDZYZZ
	+15.125412	AABZAZY	3M2S2	+26.952313 BVDZZZZ
	+15.127619	AABZBZY	2NK2S2	+26.961596 BVDBZZZ
	+15.501100	ABXYYZA		+27.339490 BWZAYZZ
	+15.510383	ABXAYZY	OO2	+27.341696 BWZAZZZ
thetal	+15.512590	ABXAZZA		+27.350980 BWZCZZZ
	+15.514796	ABXAAZA		
				27.414550 BWBYZZZ
	+15.583237	ABZYYZY		27.416757 BWBYAZZ
J1	+15.585443	ABZYZZA		27.419192 BWBZZZZ
	+15.587650	ABZYAZA		+27.421627 BWBAYZZ
	15.589856	ABZYBZY	eps2	+27.423834 BWBAZZZ
	+15.590085	ABZZZZB		27.426040 BWBAZZZ
	+15.594727	ABZAZZY		27.428476 BWBBZZZ
	+15.596933	ABZAAZY		
	+15.599140	ABZABZY		+27.464900 BWCAZYZ
2PO1	+15.974827	ACVZZZY		27.492046 BWDXZZZ
				27.494481 BWDYZZZ
	+16.054758	ACXZYZA	MnuS2	+27.496687 BWDYZZZ
SO1	+16.056964	ACXZZZA		27.498894 BWDYAZZ
	+16.059171	ACXZAZA		27.501329 BWDZZZZ

Anhang G – Partialtiden nach Bernard Simon

MNK2S2	+27.505971	BWDAZZZ		28.449013	BYZCZZZ
				28.451449	BYZDYZZ
2MS2K2	+27.803934	BXXZZZZ		28.453655	BYZDZZZ
	+27.881658	BXZZXZB			
	+27.883865	BXZZYZZ		28.462231	BYAWZZZ
O2	+27.886071	BXZZZZZ		28.466873	BYAXZZZ
	+27.893148	BXZBYZB		+28.476156	BYAZZZB
2N2	+27.895355	BXZBZZZ	NB2	+28.480796	BYAAZZZ
	27.897561	BXZBAZZ		28.483234	BYABYZZ
	27.927140	BXAZZZZ		28.498658	BYBVZZZ
	27.929575	BXAAYZZ		28.505506	BYBWAZZ
				28.507941	BYBXZZZ
	27.954283	BXBWZZZ		+28.510377	BYBYZB
	27.956718	BXBXYZZ	nu2	+28.512583	BYBYZZZ
	27.961360	BXBYZZZ		28.515019	BYBZZZ
	27.963567	BXBYZZZ		28.517225	BYBZZZZ
	+27.966002	BXBZYZB		+28.521867	BYBAZZZ
mu2	+27.968208	BXBZZZZ		+28.524073	BYBAAZB
	27.970415	BXBZAZZ			
	27.972850	BXBAZZZ		+28.553650	BYCYZZZ
	27.975286	BXBBYZZ			
	27.977492	BXBBZZZ		28.587872	BYDXYZZ
	27.979699	BXBBAZZ		28.592514	BYDYZZZ
	27.982134	BXBCZZZ	2KN2S2	+28.604004	BYDAZZZ
				28.613288	BYDCZZZ
	28.006842	BXCYAZZ			
	+28.009275	BXCZZYZ		28.642637	BYEZAZZ
				28.647279	BYEAAZZ
	28.041062	BXDXZZZ		28.649715	BYEBZZZ
				28.654356	BYECZZZ
	28.151050	BXFDZZZ			
				28.662932	BYFVZZZ
	28.225103	BYUYZZZ		28.672216	BYFXZZZ
				28.695425	BYFCZZZ
	28.266171	BYVYZZZ			
	28.275455	BYVAZZZ		28.704001	BYGVZZZ
	28.282303	BYVBAZZ		28.708643	BYGWZZZ
	28.300163	BYWWAZZ		28.721332	BZTVAZZ
				28.728409	BZTXZZZ
SNK2	+28.357592	BYXAZZZ		28.733051	BZTYZZZ
	+28.366876	BYXCZZZ		28.735257	BZTYAZZ
				28.742334	BZTAZZZ
NA2	+28.398663	BYYAZAB		28.754053	BZTDYZZ
	28.401096	BYBYZZZ			
	28.407945	BYYCZZZ		28.760194	BZUVZZZ
				28.762400	BZUVAZZ
	28.414314	BYZVYZZ		28.764836	BZUWZZZ
	28.421162	BYZWZZZ		28.767271	BZUXYZZ
	28.423598	BYZXYZZ		28.771913	BZUYYZZ
	+28.426033	BYZYXZB		28.774119	BZUYZZZ
	28.428240	BYZYZZZ		28.776555	BZUZYZZ
	28.430462	BYZYZZH		28.781196	BZUAYZZ
	+28.432881	BYZZYZY		28.783403	BZUAZZZ
	+28.435088	BYZZZZZ		28.792686	BZUCZZZ
n2	+28.437523	BYZAYZB		28.797320	BZUDZVZ
N2	+28.439730	BYZAZZZ			
	28.442165	BYZBYZZ		28.801262	BZVVZZZ
	28.444371	BYZBZZZ		28.805904	BZVWZZZ
	28.446578	BYZBAZZ		28.810546	BZVXZZZ

Anhang G – Partialtiden nach Bernard Simon

	28.812981	BZVYYZZ		+28.956961	BZYCZZZ
	28.815174	BZVYZSZ		+28.959396	BZYDYZZ
	28.817394	BZVYAZZ			
	28.819830	BZVZZZZ		+28.963331	BZZVYZZ
	28.822265	BZVAYZZ		+28.965537	BZZVZZZ
	28.824471	BZVAZZZ		+28.967972	BZZWYZZ
	28.826678	BZVAAZZ		+28.970179	BZZWZZZ
	28.829113	BZVBZZZ		+28.972385	BZZWAZZ
	28.831549	BZVCYZZ		+28.974821	BZZXZZZ
	28.833755	BZVCZZZ		+28.977027	BZZXAZZ
	28.836191	BZVDYZZ		+28.979691	BZZZXZZ
	28.838397	BZVDZZZ		+28.981898	BZZZYZB
			M2	+28.984104	BZZZZZZ
	28.842331	BZWVZZZ		+28.986311	BZZZAZZ
	28.844537	BZWVAZZ		+28.988746	BZZAZZZ
	28.846973	BZWWZZZ		+28.990952	BZZAAZZ
	28.849179	BZWWAZZ		+28.993388	BZZBZZZ
	28.851615	BZXWZZZ		+28.995594	BZZBAZZ
	28.854050	BZWYZZZ		+28.998030	BZZCZZZ
	28.856257	BZWYZZZ		+29.000236	BZZCAZZ
	28.858463	BZWYAZZ		+29.002671	BZZDZZZ
	28.860898	BZWZZZZ			
	28.863334	BZWAYZZ		+29.006606	BZAVZZZ
	28.867976	BZWBYZZ		+29.008808	BZAVAXZ
	28.870182	BZWBZZZ		29.011247	BZAWZZZ
	28.874824	BZWCZZZ		29.013454	BZAWAZZ
	28.877259	BZWDYZZ		29.015889	BZAXZZZ
				29.018096	BZAXAZZ
	28.881193	BZXVYZZ		29.020531	BZAYZZZ
	28.883400	BZXVZZZ		29.022966	BZAZYZZ
	28.885835	BZXWYZZ		+29.025171	BZAZZYZ
	28.888042	BZXWZZZ	M (KS) 2	29.027379	BZAZAZZ
	28.890248	BZXWAZZ		29.029815	BZAAZZZ
	28.892683	BZXXZZZ		29.032021	BZAAAZZ
	28.895119	BZXYYZZ		29.034457	BZABZZZ
	+28.897554	BZXZXZB		29.036892	BZACYZZ
	+28.899761	BZXZYZZ		29.039098	BZACZZZ
MSK2	+28.901967	BZXZZZZ		29.041305	BZACAZZ
	28.904402	BZXAYZZ		29.043740	BZADZZZ
	28.906609	BZXAZZZ			
	28.909044	BZXBZZZ		29.047674	BZBVZZZ
gamma2	+28.911251	BZXBZZB		29.049881	BZBVAZZ
	28.913457	BZXBAAZ		29.052316	BZBWZZZ
	28.915892	BZXCZZZ		29.054751	BZBXZZZ
	28.918328	BZXDYZZ		+29.056958	BZBXZZB
				29.059164	BZBXAZZ
	28.922262	BZYVYZZ		29.061600	BZBYZZZ
	28.924468	BZYVZZZ	delta2	+29.066242	BZBZZZZ
	28.926904	BZYWYZZ		+29.068448	BZBZAZZ
	28.929110	BZYWZZZ		+29.070654	BZBZBZZ
	28.931317	BZYWAZZ		29.073090	BZBAAZZ
	28.933752	BZYXZZZ		29.075525	BZBBZZZ
	28.936187	BZYYYZZ		29.077961	BZBCYZZ
	28.938394	BZYZZZZ		29.080167	BZBCZZZ
	28.940829	BZYZZZZ		29.082373	BZBCAZZ
alpha2	+28.943038	BZYZZAB		29.084809	BZBDZZZ
	28.945471	BZYAYZZ		29.087015	BZBDAZZ
	+28.947677	BZYAZZZ			
	28.950113	BZYBYZZ		29.091178	BZCWYZZ
	+28.952319	BZYBZZZ		29.095820	BZCXZZZ
	28.954526	BZYBAZZ		29.098027	BZCXZZZ

Anhang G – Partialtiden nach Bernard Simon

	29.100233	BZCXAZZ		
	29.102668	BZCYZZZ		29.487410 BAYYZZZ
	29.104875	BZCYAZZ		29.496694 BAYAZZZ
	29.107310	BZCZZZZ		
	29.109746	BZCAYZZ		29.516760 BAZVAZZ
	29.111952	BZCAZZZ		+29.526273 BAZYZZZ
	29.114158	BZCAAZZ	L2	+29.528479 BAZYZZB
	29.119029	BZCCYZZ		29.533121 BAZZZZZ
	29.121236	BZCCZZZ		+29.535556 BAZAYZZ
	29.125877	BZCDZZZ	NKM2	+29.537763 BAZAZZZ
				+29.539969 BAZAAZZ
				+29.542175 BAZABZZ
	29.129812	BZDVZZZ		
	29.132018	BZDVAAZ		
	29.139095	BZDXZZZ		29.569548 BAAYZZZ
	29.141302	BZDXAZZ		
	29.143737	BZDYZZZ		+29.610616 BABYZZZ
	29.146172	BZDZYZZ		29.619900 BABAZZZ
M2 (KS) 2	+29.148379	BZDZZZZ		29.629183 BABCZZZ
	29.153021	BZDAZZZ		
	29.162304	BZDCZZZ		29.660968 BACAZZZ
	29.166946	BZDDZZZ		
				29.860662 BBUWYZZ
	29.173087	BZEVAZZ		
	29.175522	BZEWZZZ		29.910786 BBVXAZZ
	29.177723	BZEWAWZ	2SK2	+29.917863 BBVZZZZ
	29.180164	BZEXZZZ		29.929582 BBVCYZZ
	29.182370	BZEXAZZ		
	29.187012	BZEYAZZ		29.940364 BBWVZZZ
	29.191883	BZEAYZZ		29.949648 BBWXZZZ
	29.194089	BZEAZZZ		29.951854 BBWAZZ
	29.198731	BZEBZZZ		29.954290 BBWYZZZ
	29.200937	BZEBAAZ		29.956725 BBWZYZZ
	29.203373	BZECZZZ	T2	+29.958933 BBWZZAZ
	29.205808	BZEDYZZ		29.961138 BBWAZZ
	29.208015	BZEDZZZ		29.966009 BBWBYZZ
				29.970650 BBWCYZZ
	29.214155	BZFVAZZ		29.972857 BBWCZZZ
	29.219026	BZFXYZZ		29.975063 BBWCAZZ
	29.228081	BZFYAZZ		29.977499 BBWDZZZ
	29.235158	BZFAZZZ		
	29.244442	BZFCZZZ		29.981433 BBXVZZZ
				29.983868 BBXWYZZ
	29.259566	BASCZZZ		29.986075 BBXWZZZ
				29.988510 BBXXYZZ
	29.275219	BATXYZZ		29.990716 BBXXZZZ
	29.277425	BATXZZZ		29.992923 BBXXAZZ
	29.282067	BATYZZZ		+29.995358 BBXYZZZ
	29.295993	BATBZZZ		+29.997794 BBXZYZZ
	29.305276	BATDZZZ	S2	+30.000000 BBXZZZZ
				+30.002206 BBXZAZZ
	29.352714	BAVWYZZ		+30.004642 BBXAZZZ
	29.354921	BAVWZZZ		+30.006848 BBXAAZZ
	29.361998	BAVYYZZ		30.009284 BBXBZZZ
2SN (MK) 2	+29.373488	BAVAZZZ		30.011719 BBXCYZZ
	29.378130	BAVBZZZ		30.013925 BBXCZZZ
				30.016132 BBXCAZZ
	29.430218	BAXVYDZ		30.018567 BBXDZZZ
	29.444135	BAXYYZZ		30.020774 BBXDAZZ
	29.450983	BAXZZZZ		
	+29.453419	BAXAYZZ		30.024937 BBYWYZZ
lambda2	+29.455625	BAXAZZZ		30.027143 BBYWZZZ

Anhang G – Partialtiden nach Bernard Simon

	30.029579	BBYXYZZ			
	30.031785	BBYXZZZ	2SN2	+31.560270	BEVYZZZ
	30.033991	BBYXAZZ			
	30.036427	BBYZZZZ	SKN2	+31.642408	BEXYZZZ
	30.038633	BBYAZZ			
R2	+30.041067	BBYZZYB	3S2M2	+32.031792	BFTZZZZ
	30.043504	BBYAYZZ			
	30.045710	BBYAZZZ	2SK2M2	+32.113929	BFVZZZZ
	30.050352	BBYBZZZ			
	30.059636	BBYDZZZ			

Dritteltägige Tiden					

	30.063570	BBZVZZZ			
	30.065776	BBZVAZZ			
	30.068212	BBZWZZZ		+41.294016	CVZCZZY
	30.072854	BBZXZZZ			
	30.075060	BBZXAZZ		+41.366869	CVBAZZY
	30.077495	BBZYZZZ			
	+30.079931	BBZZYZB		+41.836184	CWZBYZY
K2	+30.082137	BBZZZZZ		+41.838390	CWZBZZY
k2	+30.084344	BBZZAZZ			
	+30.086550	BBZZBZZ		+41.911244	CWBZZZY
	30.111487	BBAWAZZ		+42.380559	CXZAYZY
	+30.123204	BBAZZYZ	MQ3	+42.382765	CXZAZZY
	30.152785	BBBXYZZ		+42.455619	CXBYZZY
	+30.164275	BBBZZZZ			
	30.328549	BBFZZZZ		+42.845003	CYXZZZY
				+42.854286	CYXBZZY
MSnu2	+30.471521	BCVAZZZ		+42.924933	CYZZYZY
			2MK3	+42.927140	CYZZZZY
	30.539733	BCXXZZZ		42.929346	CYZZAZZ
	30.541939	BCXXAZZ		+42.931782	CYZAZZZ
MSN2	+30.544375	BCXYZZZ	2NKM3	+42.936423	CYZBZZA
	30.546581	BCXYAZZ			
xi2	+30.553658	BCXAZZZ	2MS3	+42.968208	CYAZZZB
	+30.555865	BCXAAZZ			
			2MP3	+43.009277	CYBZZZA
	+30.624306	BCZYYZB			
eta2	+30.626512	BCZYZZZ		+43.398661	CZXAZZA
	+30.628718	BCZYAZZ			
	+30.630925	BCZYBZZ	m3	+43.473950	CZZZYBZ
			M3	+43.476156	CZZZZZZ
2KM (SN) 2	+30.708649	BCBYZZZ	NK3	+43.480798	CZZAZZA
	+30.974827	BDUZZZY		+43.553652	CZBYZZA
2SM2	+31.015896	BDVZZZZ		+43.901969	CAWZZAY
	+31.056964	BDWZZZA	SO3	+43.943036	CAXZZZY
2MS2N2	+31.088749	BDXXZZZ	MS3	+43.984104	CAYZZZB
SKM2	+31.098033	BDXZZZZ			
	+31.100239	BDXZAZZ		+44.022966	CAZZYZY
			MK3	+44.025173	CAZZZZA
	+31.180170	BDZZZZZ		+44.027379	CAZZAZA
	+31.182377	BDZZAZZ			
	+31.184583	BDZZBZZ		+44.066240	CAAZZYA
2Snu2	+31.487417	BETAZZZ		+44.107310	CABZZZA

Anhang G – Partialtiden nach Bernard Simon

	+70.350974	EVBAZZY		+74.569548	EDXYZZA
	+70.820288	EWZBYZY		+74.651685	EDZYZZA
	+70.822495	EWZBZZY		+74.653891	EDZYAZA
	+70.895348	EWBZZZY	2SP5	+74.958931	EETZZZY
	+71.364663	EXZAYZY	2SK5	+75.041069	EEVZZZA
2MQ5	+71.366869	EXZAZZY	(SK)K5	+75.123206	EEXZZZA
	+71.439723	EXBYZZY			
2NKMS5	+71.453648	EXBBZZA			
	+71.838390	EYXBZZY			
	+71.909038	EYZZYZY			
3MK5	+71.911244	EYZZZZY	2 (MN) K6	+84.765530	FVZBZZZ
2NK5	+71.920528	EYZBZZA			
	+71.952311	EYAZZZY	5MKS6 2 (MN) S6	+84.838384 +84.847668	FVBZZZZ FVBBZZZ
3MS5	+71.952311	EYAZZZY			
3MP5	+71.993381	EYBZZZA	5M2S6	+84.920521	FVDZZZZ
NSO5	+72.382765	EZXAZZY	3MNK6 N6	+85.309905 +85.319189	FWZAZZZ FWZCZZZ
	+72.460261	EZZZZZA			
M5	+72.464902	EZZAZZA		85.382759	FWBYZZZ
	+72.501329	EZAZZZA	3MNS6 3NKS6	+85.389836 +85.392042 +85.401326	FWBAYZZ FWBAZZZ FWBCZZZ
	+72.886073	EAWZZAY			
2MP5	+72.927140	EAXZZZY	3MnuS6	+85.464896	FWDYZZZ
	+72.968208	EAYZZZB	4MK6 2NM6	+85.854280 +85.863563	FXZZZZZ FXZBZZZ
	+73.007071	EAZZZZY	4mS6	+85.934211	FXBZYZB
2MK5	+73.009277	EAZZZZA	4MS6	+85.936417	FXBZZZZ
	+73.011484	EAZZAZA	2NMKS6	+85.945701	FXBBZZZ
	+73.050344	EAAZZYA		+85.977484	FXCZZYZ
	+73.091414	EABZZZA		86.009271	FXDXZZZ
	+73.398661	EBVAZZY	2MSNK6	+86.325801	FYXAZZZ
NSK5	+73.471515	EBXYZZA	2mn6 2MN6	+86.405732 +86.407938	FYZAYZB FYZAZZZ
	+73.480798	EBXAZZA		86.410144	FYZAAZZ
3MQ5	+73.553652	EBZYZZA		86.478585	FYBYZZZ
	+73.562935	EBZAZZA			
	+73.565142	EBZAAZA	2MNnu6 2MNKS6	+86.480792 +86.490075	FYBYZZZ FYBAZZZ
MSP5	+73.943036	ECVZZZY			
	+74.025173	ECXZZZA	3mSK6 3MSK6	+86.867969 +86.870175	FZXZYZZ FZXZZZZ
MSK5	+74.027379	ECXZAZA		+86.879459	FZXBZZZ
	+74.107310	ECZZZZA	MA6	+86.911244	FZYZZZZ
3KM5	+74.109517	ECZZAZA			
				86.945465	FZZYYZZ

Anhang G – Partialtiden nach Bernard Simon

	86.947671	FZZYZZZ		+89.150585	FDZZAZZ
m6	+86.950106	FZZZYZB			
M6	+86.952313	FZZZZZZ	2MSTN6	+89.487412	FEUYZAZ
	86.954519	FZZAZAZ			
	86.956955	FZZAZZZ	2 (MS) N6	+89.528479	FEVYZZZ
	86.959390	FZZBYZZ			
			2MSKN6	+89.610616	FEXYZZZ
	87.025166	FZBXZZZ			
3MKS6	+87.034450	FZBZZZZ	S6	+90.000000	FFTZZZZ
3MkS6	+87.036656	FZBZAZZ			

Siebteltägige Tiden					

MTN6	+87.382767	FAWAZAZ			
MSN6	+87.423834	FAXAZZZ		+99.262224	GVZCZZY
	+87.494481	FAZYZZZ		+99.335078	GVBAZZY
4MN6	+87.496687	FAZYZZZ			
MNK6	+87.505971	FAZAZZZ		+99.407932	GVDYZZY
MKnu6	+87.578825	FABYZZZ		+99.804393	GWZBYZY
				+99.806599	GWZBZZY
2 (MS) K6	+87.886071	FBVZZZZ		+99.879453	GWBZZZY
	+87.895355	FBVBZZZ			
2MT6	+87.927142	FBWZZAZ		+99.920519	GWCZZYY
	87.958925	FBXXZZZ		+100.348767	GXZAYZY
	87.961360	FBXYZZZ	3MQ7	+100.350974	GXZAZZY
	87.963567	FBXYZZZ			
2mS6	+87.966002	FBXZYZB		+100.392040	GXAAZZY
2MS6	+87.968208	FBXZZZZ		+100.423827	GXBYZZY
	87.970415	FBXZAZZ			
	87.972850	FBXAZZZ		+100.822495	GYXBZZY
	87.975057	FBXAAZZ			
	88.048139	FBZZYZZ		+100.893142	GYZZYZY
2MK6	+88.050346	FBZZZZZ	4MK7	+100.895348	GYZZZZY
2Mk6	+88.052552	FBZZAZZ	2NMK7	+100.904632	GYZBZZA
	+88.132483	FBBZZZZ		+100.936415	GYAZZZY
2SN6	+88.439730	FCVAZZZ		+100.977486	GYBZZZA
3MTN6	+88.471517	FCWYZAZ	MNSO7	+101.366869	GZXAZZY
3MSN6	+88.512583	FCXYZZB		+101.439723	GZZYZZY
SNK6	+88.521867	FCXAZZZ	M7	+101.444365	GZZZZZB
			2MNK7	+101.449007	GZZAZZA
3MKN6	+88.594720	FCZYZZZ		+101.870177	GAWZZAY
	+88.596927	FCZYAZZ			
MST6	+88.943038	FDUZZAZ	2MSO7	+101.911244	GAXZZZY
2SM6	+88.984104	FDVZZZZ	3MS7	+101.952313	GAYZZZB
	+89.025173	FDWZZZA		+101.991175	GAZZYZY
			3MK7	+101.993381	GAZZZZA
MSK6	+89.066242	FDXZZZZ		+101.995588	GAZZAZA
MSk6	+89.068448	FDXZAZZ			
				+102.034448	GAAZZYA
2KM6	+89.148379	FDZZZZZ			

Anhang G – Partialtiden nach Bernard Simon

	+102.075519	GABZZZA		4MKS8	+116.018554	HZBZZZZ
	+102.382765	GBVAZZY			+116.020761	HZBZAZZ
	+102.455619	GBXYZZA		2MSN8	+116.407938	HAXAZZZ
	+102.464902	GBXAZZA		3ML8	+116.480792	HAZYZZZ
	+102.537756	GBZYZZA		2MNK8	+116.490075	HAZAZZZ
	+102.539962	GBZYAZA				
	+102.547040	GBZAZZA			+116.562929	HABYZZZ
	+102.927140	GCVZZZY		3M2SK8	+116.870175	HBVZZZZ
3SK7	+103.009277	GCXZZZA		2 (NS) 8	+116.879459	HBVBZZZ
	+103.011484	GCXZAZA		3MT8	+116.911246	HBWZZAZ
	+103.091414	GCZZZZA			+116.950106	HBXZYZZ
	+103.093621	GCZZAZA		3MS8	+116.952313	HBXZZZZ
	+103.553652	GDXYZZA			+117.032244	HBZZYZB
	+103.637996	GDZYAZA		3MK8	+117.034450	HBZZZZZ
					+117.036656	HBZZAZZ
	+103.943036	GETZZZY			+117.116587	HBBZZZZ
	+104.025173	GEVZZZA		2SMN8	+117.423834	HCVAZZZ
	+104.107310	GEXZZZA		2MSL8	+117.496687	HCXYZZB
				MSNK8	+117.505971	HCAZZZZ

	Achteltägige Tiden			4MSN8	+117.578825	HCZYZZZ

	3M2NS8	+113.831772	HVBBZZZ	2MST8	+117.927142	HDUZZAZ
	4MNS8	+114.376146	HWBAZZZ	2 (MS) 8	+117.968208	HDVZZZZ
	5MK8	+114.838384	HXZZZZZ	2MSK8	+118.050346	HDXZZZZ
	2 (MN) 8	+114.847668	HXZBZZZ		+118.052552	HDXZAZZ
		+114.918315	HXBZYZZ	2 (MK) 8	+118.132483	HDZZZZZ
	5MS8	+114.920521	HXBZZZZ			
	2 (MN) KS8	+114.929805	HXBBZZZ	3SN8	+118.439730	HETAZZZ
	3MSNK8	+115.309905	HYXAZZZ	2SML8	+118.512583	HEVYZZB
		+115.389836	HYZAYZZ	2SNK8	+118.521867	HEVAZZZ
	3MN8	+115.392042	HYZAZZZ	3M2SN8	+118.594720	HEXYZZZ
	3Mnu8	+115.464896	HYBYZZZ		+118.981898	HFTZYZZ
	3MNKS8	+115.474180	HYBAZZZ	3SM8	+118.984104	HFTZZZZ
		+115.852073	HZXZYZZ	2SMK8	+119.066242	HFVZZZZ
	4MSK8	+115.854280	HZXZZZZ		+119.068448	HFVZAZZ
		+115.863563	HZXBZZZ			
				S8	+120.000000	HHRZZZZ
MA8	+115.895348	HZYZZZZ				
	+115.934211	HZZZYZZ		-----		
M8	+115.936417	HZZZZZZ		Neunteltägige Tiden		

	+115.977484	HZAZZZY		3MNO9	+129.335078	IXZAZZY

Anhang G – Partiaaltiden nach Bernard Simon

	+129.879453 IYZZZZY		+146.480792 JCXYZZB
2M2NK9	+129.888736 IYZBZZA	2MNSK10	+146.490075 JCXAZZZ
MA9	+130.387400 IZYZZZZ	5MSN10	+146.562929 JCZYZZZ
3MNK9	+130.433111 IZZAZZA	3M2S10	+146.952313 JDVZZZZ
	+130.895348 IAXZZZY	3MSK10	+147.034450 JDXZZZZ
4MK9	+130.977486 IAZZZZA		+147.036656 JDXZAZZ
3MSK9	+131.993381 ICXZZZA		+147.116587 JDZZZZZ
-----		3SMN10	+147.423834 JETAZZZ
Zehnteltägige Tiden			+147.496687 JEVYZZB
-----		2SMKN10	+147.505971 JEVAZZZ
	+142.815876 JVBBZZZ	4M2SN10	+147.578825 JEXYZZZ
5MNS10	+143.360251 JWBAZZZ		+147.966002 JFTZYZZB
	+143.829565 JXZBYZZB	3S2M10	+147.968208 JFTZZZZ
3M2N10	+143.831772 JXZBZZZ	2 (MS) K10	+148.050346 JFVZZZZ
6MS10	+143.904625 JXBZZZZ		+148.052552 JFVZAZZ
3M2NKS10	+143.913909 JXBBZZZ	-----	
4MSNK10	+144.294009 JYXAZZZ	Elfteltägige Tiden	
4MN10	+144.376146 JYZAZZZ	-----	
4Mnu10	+144.449000 JYBYZZZ	4MSK11	+159.879453 KAXZZZY
5MSK10	+144.838384 JZXZZZZB		+160.977486 KCXZZZA
	+144.918315 JZZZYZZB	-----	
M10	+144.920521 JZZZZZZ	Zwölfteeltägige Tiden	
	+144.961588 JZAZZZY	-----	
5MKS10	+145.002658 JZBZZZZ	5M2NS12	+171.799980 LVBBZZZ
	+145.004865 JZBZAZZ		+171.872834 LVDZZZZ
3MSN10	+145.392042 JAXAZZZ	3 (MN) 12	+172.271501 LWZCZZZ
	+145.464896 JAZYZZZ	6MNS12	+172.344355 LWBAZZZ
3MNK10	+145.474180 JAZAZZZ		+172.417209 LWDYZZZ
	+145.547033 JABYZZZ	4M2N12	+172.813670 LXZBYZX
2 (SN) M10	+145.863563 JVBVZZZ		+172.815876 LXZBZZZ
	+145.934211 JBXZYZZB		+172.886523 LXBZYZX
4MS10	+145.936417 JBXZZZZ	7MS12	+172.888730 LXBZZZZ
	+146.016348 JBZZYZB	4M2NKS12	+172.898013 LXBBZZZ
4MK10	+146.018554 JBZZZZZ		+172.929796 LXCZZYZ
	+146.100692 JBBZZZZ	5MSNK12	+173.278113 LYXAZZZ
2 (MS) N10	+146.407938 JCVAZZZ		+173.287397 LYXCZZZ
		5MN12	+173.358044 LYZAYZX
			+173.360251 LYZAZZZ
			+173.401317 LYAAZYZ

Anhang G – Partialtiden nach Bernard Simon

			4M2S12	+175.936417	LDVZZZZ
	+173.430898	LYBYYZX			
5Mnu12	+173.433104	LYBYZZZ		+176.016348	LDXZYZX
			4MSK12	+176.018554	LDXZZZZ
6MSK12	+173.822488	LZXZZZZ		+176.020761	LDXZAZZ
3M2SN12	+173.831772	LZXBZZZ		+176.022967	LDXZBZZ
MA12	+173.863557	LZYZZZZ		+176.059621	LDYZZYZ
	+173.900213	LZZZXZZ		+176.100692	LDZZZZZ
	+173.902419	LZZZYZX			
M12	+173.904625	LZZZZZZ		+176.950106	LFTZYZX
	+173.916115	LZZBAZZ	3 (MS) 12	+176.952313	LFTZZZZ
	+173.945692	LZAZZYZ		+177.032244	LFVZYZX
	+173.986763	LZBZZZZ	3M2SK12	+177.034450	LFVZZZZ
	+173.988969	LZBZAZZ		+177.036656	LFVZAZZ
	+174.335080	LAWAZAZ	----- Vierzehnteltägige Tiden -----		
4MSN12	+174.376146	LAXAZZZ	5MSN14	203.360251	NAXAZZZ
	+174.407933	LAYYZAZ	5MNK14	203.442388	NAZAZZZ
	+174.446794	LAZYZZX	6MS14	203.904625	NBXZZZZ
4ML12	+174.449000	LAZYZZB			
4MNK12	+174.458284	LAZAZZZ			
	+174.460490	LAZAAZZ			
	+174.531137	LABYZZZ			
2 (MSN) 12	+174.847668	LBVBZZZ			
5MT12	+174.879455	LBWZZAZ			
	+174.918315	LBXZYZX			
5MS12	+174.920521	LBXZZZZ			
	+175.000452	LBZZYZX			
5MK12	+175.002658	LBZZZZZ			
	+175.004865	LBZZAZZ			
	+175.007071	LBZZBZZ			
	+175.043725	LBAZZYZ			
	+175.084796	LBBZZZZ			
3M2SN12	+175.392042	LCVAZZZ			
6MSN12	+175.464896	LCXYZZZ			
3MNKS12	+175.474180	LCXAZZZ			
5MSN12	+175.547033	LCZYZZZ			
	+175.549240	LCZYAZZ			
	+175.863563	LDTBZZZ			
4MST12	+175.895350	LDUZZAZ			
	+175.934211	LDVZYZX			

Zur Gezeitenvorausberechnung in den deutschen Gewässern der Nordsee wird seit Mitte des 20. Jahrhunderts das sogenannte Verfahren der Darstellung der Ungleichheiten verwendet. Mit Hilfe der Mondaten und durch ihre Beschränkung auf die Bestimmung einzelner Punkte der Ganglinie benötigt diese Prozedur wenige Parameter, um präzise Ergebnisse für die Ermittlung der Hoch- und Niedrigwasser zu liefern. Ihr gegenüber steht die Methode der harmonischen Analyse, die die Darstellung der gesamten Tidenkurve mit beliebigem Takt ermöglicht. Im Gegenzug erfordert sie aber die Berücksichtigung zahlreicher Gezeitenkomponenten. Aufgrund der ungenaueren Ergebnisse der bisher im Deutschen Hydrographischen Institut (DHI) und im Bundesamt für Seeschifffahrt und Hydrographie (BSH) erprobten harmonischen Verfahren wird hier ein neuartiges Implementierungskonzept der harmonischen Analyse vorgelegt und der Methode der Darstellung der Ungleichheiten gegenübergestellt.

Dr.-Ing Patrick Goffinet war Wissenschaftler am Service Hydrographique et Océanographique de la Marine (SHOM) in Frankreich. Seit 1990 war er am BSH in Hamburg beschäftigt. In der Abteilung Meereskunde hat er die operationellen Prozeduren zur Gezeitenanalyse und -vorausberechnung nach der Methode der Darstellung der Ungleichheiten entwickelt und die harmonische Analyse weiter untersucht. Er hat das BSH in nationalen und internationalen Gremien zur Gezeitenthematik vertreten und an der Wasserstandsvorhersage und dem Sturmflutwarndienst teilgenommen. Im Jahr 2000 hat er im Fachbereich Vermessungswesen der Universität Hannover zum Thema der satellitengestützten Beschickung promoviert. Zur Einführung des Verfahrens für die Seevermessungen in der Deutschen Bucht hat er ein Projekt zur geodätischen Bestimmung von Bezugsflächen für die Beschickung von Echolotdaten initiiert und zu Ende geführt. Seit 2017 ist er im Ruhestand.